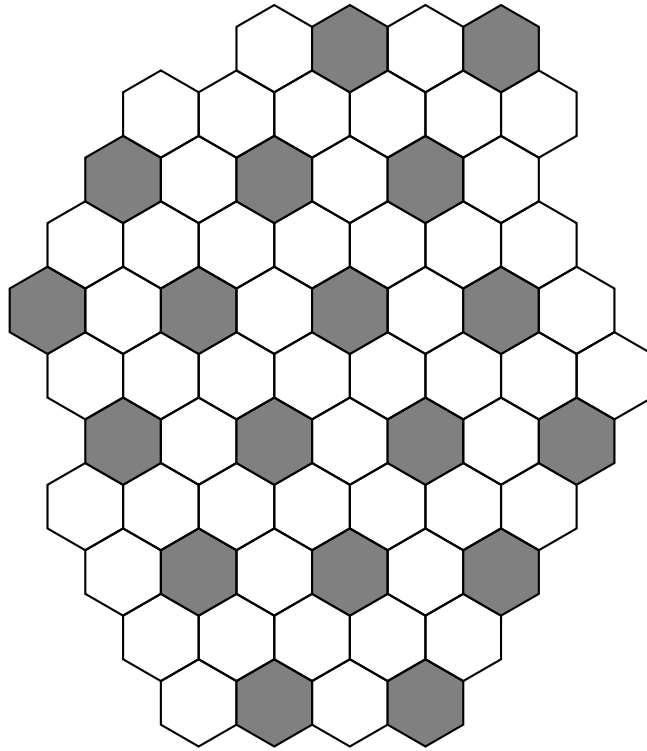


Estafette-opgave 1 (20 punten, rest 480 punten)

De tegelvloer.

Hieronder zie je een stukje van een tegelvloer. De hele vloer heeft dit patroon en is een regelmatige zeshoek, met tien witte tegels aan iedere zijde.



Wat is het aantal donkere tegels?

Estafette-opgave 2 (30 punten, rest 450 punten)

Een friespatroon.

Hieronder vind je een deel van een friespatroon bestaande uit verspringende rijen gehele getallen. De bovenste en onderste rij bestaan uit enkel énen; de rest is slechts gedeeltelijk ingevuld.

1	1	1	1	1	1	1	
	1	2	4	?	?	?	?
		1	7	?	?	?	?
	1	?	?	?	?	◇	?
1	?	?	♣	?	?	?	
	1	?	?	?	?	?	?
1	1	1	1	1	1	1	1

Je kunt de rest van het patroon invullen met behulp van de volgende regel. Als je vier getallen a , b , c en d hebt zoals hieronder

$$\begin{array}{ccc} & a & \\ b & & c \\ & d & \end{array}$$

dan moet $b \cdot c = a \cdot d + 1$ zijn. Je zult merken dat op de plaats van de ♣ een 5 komt te staan en op de plaats van de ◇ een 3.

Welk getal staat 150 plaatsen rechts van de gemarkeerde 1?

Estafette-opgave **3** (20 punten, rest 430 punten)

Getallenmuur.

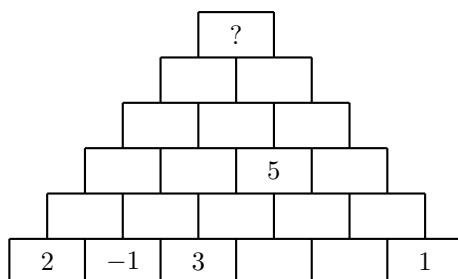
Een getallenmuurtje is halfsteens. Op elke steen (behalve de stenen op de onderste rij) hoort een getal te staan zo, dat dat getal de som is van de getallen op de twee stenen waarop hij rust.

Dus als

c	
a	b

 dan $c = a + b$.

Op vijf van de stenen staat al een getal geschreven; zie de figuur.



Welk getal hoort op de bovenste steen?

Estafette-opgave 4 (20 punten, rest 410 punten)

Het vijfvoud.

Een getal n van zes cijfers (in het tientallig stelsel) eindigt op een 7. Schrapt men dat laatste cijfer en plaatst men het als eerste cijfer vóór de andere cijfers, dan krijgt men het vijfvoud van dat getal n .

Welk getal is dat?

Estafette-opgave 5 (30 punten, rest 380 punten)

Betalen.

Een bedrag van 210 euro kun je op drie manieren betalen in briefjes van 20 en 50 en 100, namelijk als $100 + 50 + 3 \times 20$, als $3 \times 50 + 3 \times 20$, en als $50 + 8 \times 20$.

Op hoeveel manieren kun je een bedrag van 2010 euro betalen in briefjes van 20 en 50 en 100?

Estafette-opgave 6 (20 punten, rest 360 punten)

Het kwadraat.

Een getal n van zes cijfers (in het tientallig stelsel) begint met 19__ en eindigt op __36.

Het is ook precies het kwadraat van een geheel getal.

Wat is n ?

Estafette-opgave 7 (20 punten, rest 340 punten)

De samenstand.

Om planeet Verweg draaien drie manen.

De eerste heeft een omlooptijd van 101 uren.

De tweede heeft een omlooptijd van 203 uren.

De derde heeft een omlooptijd van 306 uren.

Bij het begin van de jaartelling vormden de drie manen een samenstand, wat wil zeggen dat ze vanuit de planeet op één lijn stonden.

De Verweggianen hebben hun jaar ingedeeld in 400 dagen, en hun dag in 25 uren.

Bij de volgende samenstand van de drie manen verwachten de astrologen een belangrijke gebeurtenis.

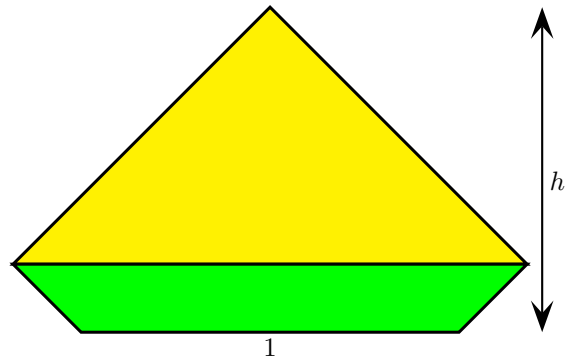
In welk jaar is die samenstand?

Estafette-opgave 8 (30 punten, rest 310 punten)

De vijfhoek.

Een vijfhoek bestaat uit een gelijkbenige rechthoekige driehoek en een trapezium. Het trapezium heeft hoeken van 45° en 135° . Zie de figuur. De oppervlakte van het driehoeksgedeelte is driemaal zo groot als de oppervlakte van het trapeziumgedeelte.

De basis van het trapezium heeft lengte 1.



Wat is de hoogte h van de vijfhoek?

Estafette-opgave 9 (20 punten, rest 290 punten)

Het toernooi.

Bij een meerdaags toernooi, dat niet langer dan twee weken duurt, worden de medailles in de loop van n dagen op de volgende manier uitgereikt.

- Op de eerste dag wordt 1 medaille plus $1/6$ van de nog overblijvende medailles uitgereikt.
- Op de tweede dag worden 2 medailles plus $1/6$ van de dan nog overblijvende medailles uitgereikt.
- Op de derde dag worden 3 medailles plus $1/6$ van de dan nog overblijvende medailles uitgereikt.

Enzovoorts.

Ten slotte worden op de laatste dag n medailles uitgereikt, waarna er geen meer overblijven.

Hoeveel medailles worden in totaal uitgereikt?

Het spreekt vanzelf dat alleen hele medailles worden uitgereikt!

Estafette-opgave 10 (30 punten, rest 260 punten)

Veel delers.

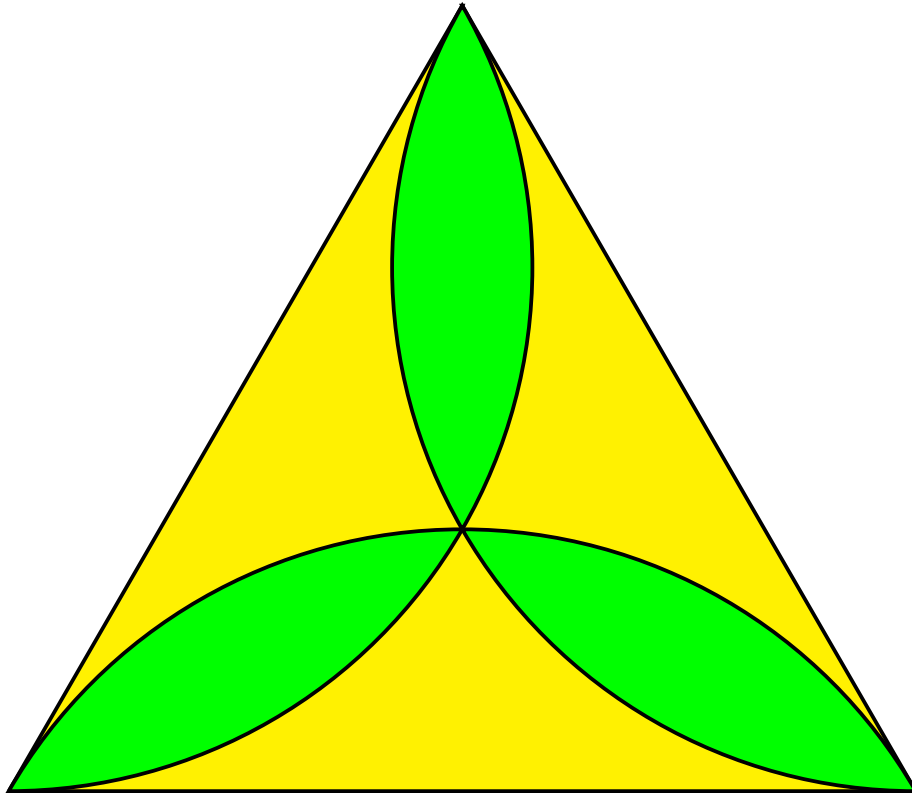
Het natuurlijk getal 20 heeft zes delers, namelijk 1, 2, 4, 5, 10 en 20.

Wat is het kleinste veelvoud van 22 met precies 22 delers?

Estafette-opgave 11 (30 punten, rest 230 punten)

Het klaverblad.

De punten van de bladen van een klaverblad vormen een gelijkzijdige driehoek met zijden van lengte $\sqrt{6}$. De bladen worden begrensd door cirkelbogen die door hoekpunten en het middelpunt van de driehoek gaan. Zie de figuur:

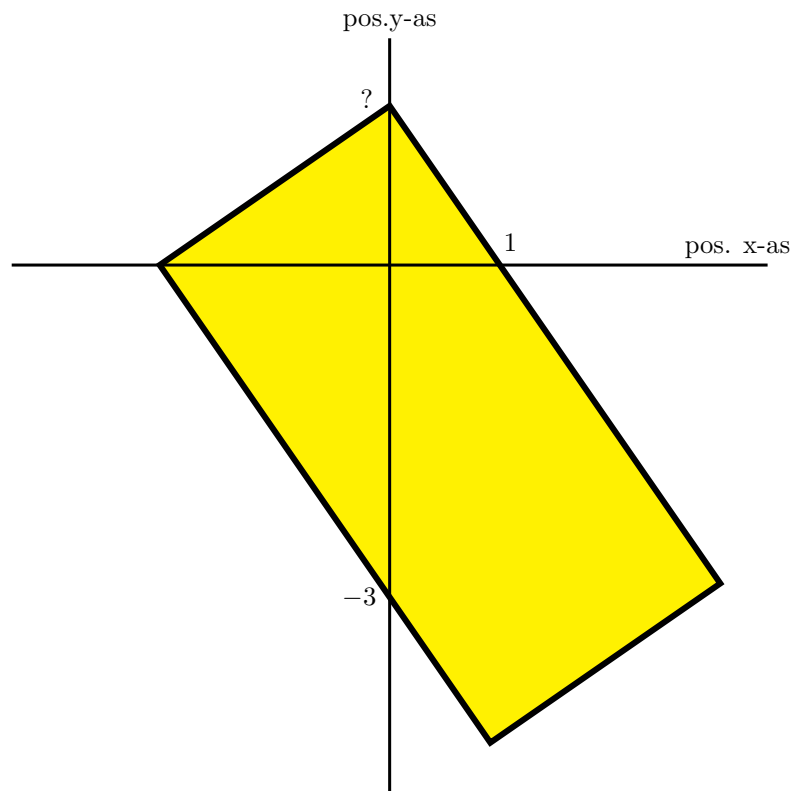


Hoe groot is de oppervlakte van het klaverblad?

Estafette-opgave 12 (20 punten, rest 210 punten)

De rechthoek.

Een rechthoek ligt in een assenstelsel, met een hoekpunt op de positieve y-as en een hoekpunt op de negatieve x-as. Hij snijdt de negatieve y-as bij -3 en de positieve x-as bij 1 .



Waar snijdt de rechthoek de positieve y-as?

Estafette-opgave 13 (20 punten, rest 190 punten)

Twee getallen.

Twee positieve gehele getallen van twee cijfers moeten gevonden worden. Elk van de volgende uitspraken betreft een van die getallen, of allebei. De uitspraken betreffen niet alle vijf hetzelfde getal.

- De som van de cijfers is 10 en het getal is het verschil van twee derdemachten.
- De som van de cijfers is 10 en het getal is de som van twee derdemachten.
- De som van de cijfers is 10.
- Het getal is een vijfvoud plus 2 en ook een drievoud plus 1.
- Het getal is een vijfvoud min 2 en ook een drievoud plus 1.

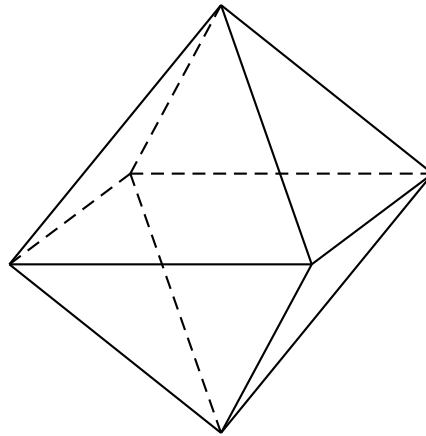
Welke zijn die getallen?

Estafette-opgave 14 (30 punten, rest 160 punten)

De dobbelsteen.

Voor een dobbelsteen geldt de eis dat de som van de ogen op twee tegenover elkaar liggende vlakken 7 is. Dus moeten de 1 en de 6 tegenover elkaar liggen, en ook de 2 en de 5, en ook de 3 en de 4. Daarom zijn er maar **twee** soorten dobbelstenen (afgezien van de grootte, de kleur, het materiaal, enzovoorts).

Door op de grensvlakken van een regelmatig achthoek 1 tot en met 8 ogen te plaatsen maken we een dobbelsteen, nu met de eis dat de som van de ogen op tegenover elkaar liggende vlakken steeds 9 is.



Hoeveel soorten van zulke dobbelstenen zijn er?

Estafette-opgave 15 (20 punten, rest 140 punten)

De wortel.

Gezocht wordt een geheel getal n tussen 40000 en 41000 waarvan de vierkantswortel in decimale schrijfwijze na de komma begint met 753.

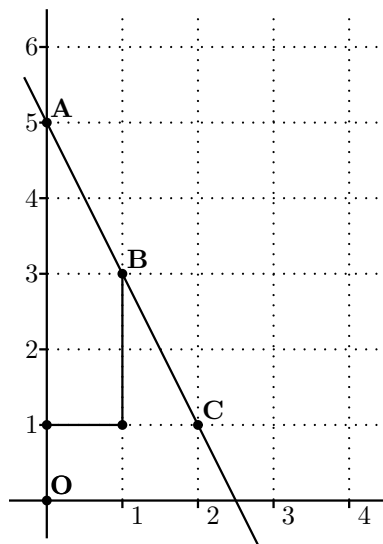
Wat is n ?

Estafette-opgave 16 (30 punten, rest 110 punten)

Kortste wegen.

De *kortste weg in een rooster* laat alleen maar stappen van grootte 1 toe naar rechts of naar boven langs de (in de figuur gestippelde) roosterlijnen. In de figuur is **één** weg van O naar B getekend, van lengte 4.

Op de ingetekende lijn $2x + y = 5$ zijn A en B en C de enige punten met niet-negatieve gehele coördinaten. Naar A is één kortste weg, naar B zijn er vier, en naar C zijn er drie. Dus **samen** zijn er $1 + 3 + 4 = 8$ kortste wegen van de oorsprong naar de lijn $2x + y = 5$. Zo zijn er 987 kortste wegen naar de lijn $2x + y = 15$, en 2584 naar de lijn $2x + y = 17$.



Hoeveel kortste wegen zijn er naar de lijn $2x + y = 19$?

Estafette-opgave 17 (30 punten, rest 80 punten)

Spiegelen.

Bij een positief geheel getal n dat geen veelvoud van 10 is maken we het **spiegelgetal** $S(n)$ door de volgorde van de cijfers (in het tientallig stelsel) om te keren. Zo is bijvoorbeeld $S(1458) = 8541$.

We noemen twee getallen n en m **spiegelverwant** als het product van n en m gelijk is aan het product van hun spiegelgetallen, dus als $n \cdot m = S(n) \cdot S(m)$.

Voor deze opgave beperken we ons tot getallen van vier cijfers.

Bepaal twee aan 6024 spiegelverwante getallen.

Estafette-opgave 18 (20 punten, rest 60 punten)

Alle cijfers.

Het getal 36 heeft als delers 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36. Dus zijn 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9 de enige laatste cijfers die voorkomen in de verzameling delers van 36. De cijfers 0, 5, 7 komen niet voor als laatste cijfer van een deler van 36.

Wat is het kleinste positieve gehele getal waarbij alle cijfers 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 voorkomen als laatste cijfer van een deler?

Estafette-opgave 19 (30 punten, rest 30 punten)

Het bord.

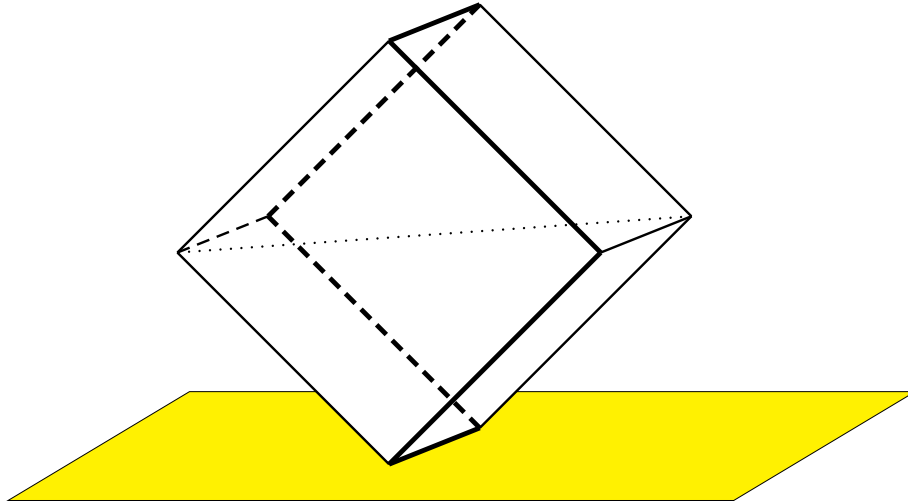
Op een bord staan de natuurlijke getallen van 1 tot en met 100. Telkens worden twee van die getallen –noem ze a en b – uitgewist en vervangen door het getal $a+b+ab$. Na de eerste ronde staan dus nu nog 99 getallen op het bord. Met deze getallen doen we hetzelfde. Na 99 ronden staat dus nog één getal op het bord.

Wat zijn de laatste twee cijfers van dat getal?

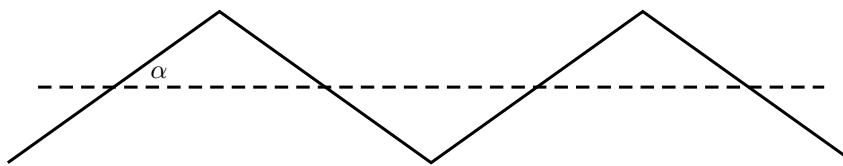
Estafette-opgave 20 (30 punten, rest 0 punten)

De wandelkubus.

We nemen een kubus met een lichaamsdiagonaal tussen duim en wijsvinger en laten hem met een ribbe op tafel rusten:



We laten de kubus over de tafel wandelen zo dat hij achtereenvolgens met de dikgetekende ribben op tafel rust. Daarbij draait de kubus om de lichaamsdiagonaal. We bewegen de kubus zo dat de lichaamsdiagonaal steeds in dezelfde richting wijst, evenwijdig aan de tafel. De route op tafel ziet er zó uit (in bovenaanzicht)



De zigzaglijn wordt gevormd door de afdrukken van de ribben waarmee de kubus op tafel komt; de stippellijn geeft de richting waarin de kubus beweegt.

De hoek tussen de lijnstukken van de zigzaglijn en de stippellijn heet α .

Geef – naar keuze – $\sin(\alpha)$ of $\cos(\alpha)$ of $\tan(\alpha)$.