

---

---

**WISKUNDE-ESTAFETTE 2013**

**60 Minuten voor 20 opgaven.**

**Het totaal aantal te behalen punten is 500**

---

---

**1** (20 punten)

**Een lange rij**

Iemand schrijft alle jaartallen van 1 tot en met 2013 op een rij:

1 2 3 4 ... 2012 2013

*Hoeveel cijfers schrijft hij op?*

**2** (30 punten)

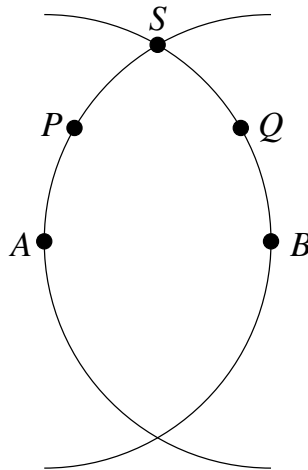
**De breedte halverwege**

$A$  en  $B$  zijn twee punten op afstand 1 van elkaar.

$S$  is een snijpunt van de cirkel met  $A$  als middelpunt die door  $B$  gaat en de cirkel met  $B$  als middelpunt die door  $A$  gaat.

$P$  is het punt op de ene cirkel, halverwege  $A$  en  $S$ ,

$Q$  is het punt op de andere cirkel, halverwege  $B$  en  $S$ .



*Wat is de afstand tussen  $P$  en  $Q$ ?*

**3** (20 punten)

**Rest**

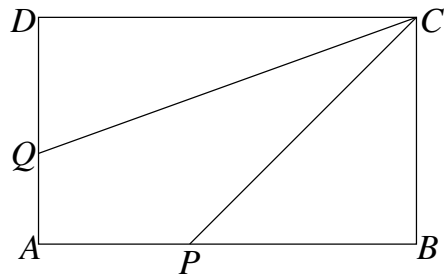
Als we 2009 delen door een zeker positief geheel getal van één cijfer, krijgen we rest 5.

*Welke rest krijgen we als we 2013 door dat getal delen?*

**4** (20 punten)

**Drie gelijke stukken**

Rechthoek  $ABCD$  is verdeeld door de lijnstukken  $CP$  en  $CQ$  in drie stukken met dezelfde oppervlakte ( $P$  ligt op  $AB$  en  $Q$  op  $AD$ ).



Wat is de verhouding  $AP : BP$ ?

[De tekening is niet op schaal.]

5 (30 punten)

### Harder of langzamer

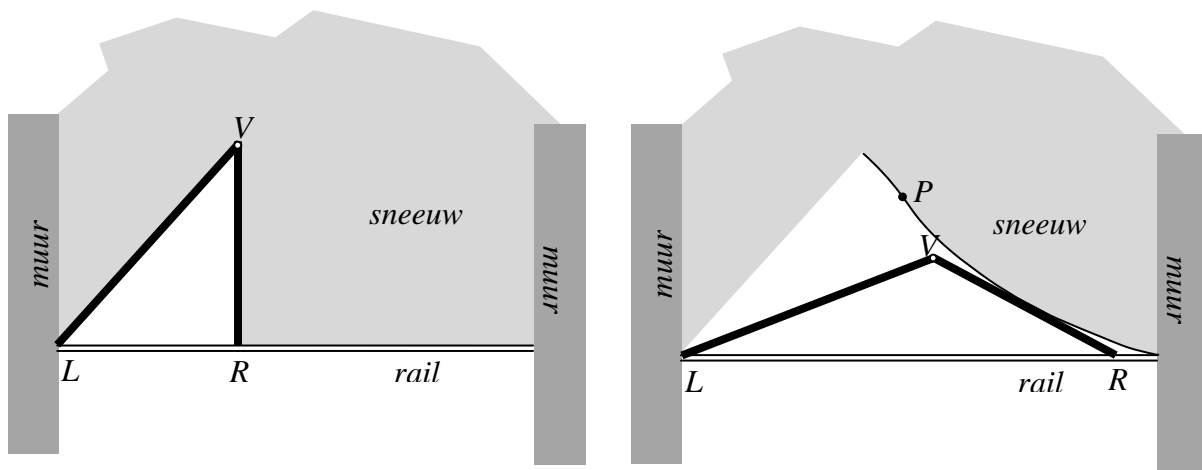
De Vrij rijdt naar zijn vakantiebestemming. Als hij 10 km/u harder zou rijden, zou hij 30 minuten eerder arriveren. Als hij 10 km/u langzamer zou rijden, zou hij 36 minuten later arriveren.

Hoeveel km is de reis lang?

6 (30 punten)

### Sneeuwrand

De vouwdeur  $LVR$  is in het eerste plaatje (bovenaanzicht) geopend. De scharnier in  $L$  blijft op zijn plaats, de rechterkant  $R$  glijdt over een rail, de vouw zit in  $V$ . De deurhelften  $LV$  en  $VR$  zijn 80 en 60 cm breed.



De vouwdeur wordt dichtgedaan. In het tweede plaatje zie je dat daardoor een deel van de sneeuw wordt weggeschoven.

De sneeuwrand heeft een bol en een hol stuk.  $P$  is het punt waar het holle en het bolle stuk van de sneeuwrand op elkaar aansluiten.

Hoeveel cm ligt  $P$  van de rail?

7 (20 punten)

**Samen 1/8**

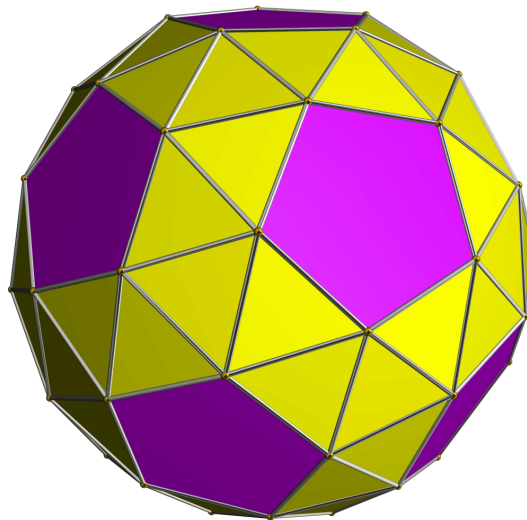
Geef alle paren positieve gehele getallen  $(n, m)$  met  $n \leq m$ , waarvoor

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{m} = \frac{1}{8}$$

8 (20 punten)

**Een stomp twaalfvlak**

Een stomp twaalfvlak bestaat uit twaalf vijfhoeken en een heleboel driehoeken.



Hoeveel driehoeken?

9 (30 punten)

**Waar of onwaar**

Er is een lijst van twintig uitspraken, die alle óf waar óf onwaar zijn. De uitspraken zijn genummerd 1 t/m 20.

De uitspraken 6 t/m 20 luiden: *van de vorige vijf uitspraken is een oneven aantal waar.*

Uitspraak 20 en 16 zijn waar, uitspraak 19, 18 en 17 zijn onwaar.

*Welke van de eerste vijf uitspraken zijn waar?*

[Geef de nummers van de uitspraken.]

10 (30 punten)

**Klussen met minder**

Als alle arbeiders inzetbaar zijn, is een klus in 12 dagen geklaard.

Als er drie arbeiders ziek zijn, is de klus in 14 dagen geklaard.

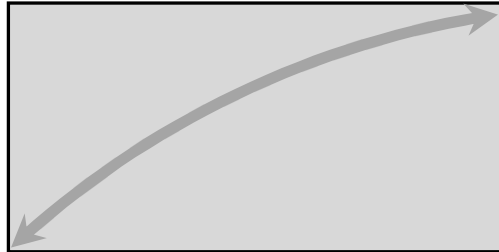
*Hoe lang duurt de klus als er zeven arbeiders ziek zijn?*

11 (20 punten)

**Vouwlijn**

Een rechthoek heeft lengte 2 en breedte 1. We vouwen hem zó dat twee tegenover elkaar

liggende hoekpunten op elkaar komen.



*Hoe lang is de vouwlijn die dan ontstaat?*

**12** (30 punten)

### Pythagoras

We schrijven het woord PYTHAGORAS in een rechtboek van  $2 \times 5$ , in elk hokje een letter. Opvolgende letters moeten in aangrenzende hokjes komen, eventueel diagonaalgewijs. We beginnen met de letter P in het middelste hokje van de onderste rij. Hieronder staat een voorbeeld.

A	O	G	Y	T
R	S	P	A	H

*Op hoeveel manieren kan vanuit die startplek het woord PYTHAGORAS geschreven worden?*

**13** (20 punten)

### Gemiddelde

Van de uitslag van een examen is bekend:

- vijf deelnemers behaalden de maximale score van 100 punten,
- elke deelnemer had ten minste 60 punten,
- de gemiddelde score van alle deelnemers was 76 punten.

*Wat is het kleinst mogelijke aantal deelnemers van het examen?*

**14** (30 punten)

### Een derdegraads vergelijking

Er zijn twee paren positieve gehele getallen  $x$  en  $y$ , waarvoor geldt:

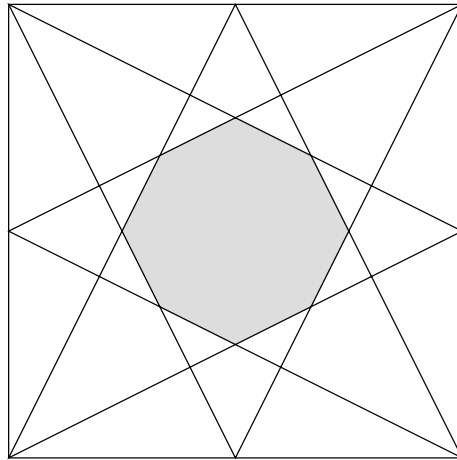
$$x^3 - y^3 = 3xy + 197$$

*Welke paren zijn dat?*

**15** (20 punten)

### **Achthoek**

Een vierkant heeft zijde 6. We verbinden de hoekpunten met de middens van de niet-aangrenzende zijden. Zodoende ontstaat een achthoek.



*Wat is de omtrek van die achthoek?*

**16** (20 punten)

### **Sokken en schoenen**

Een poes heeft voor elk van haar vier poten een speciale sok en een speciale schoen.

*In hoeveel verschillende volgordes kan de poes de sokken en schoenen aantrekken?*

**17** (20 punten)

### **Een tientallige breuk**

Een getal wordt geschreven als decimale breuk. Deze begint met  $0,21\dots$ . Elk volgend cijfer is het absolute verschil van de twee vorige cijfers.

Het getal is te schrijven als breuk, die we zo ver mogelijk vereenvoudigen.

*Wat is dan de teller van die breuk?*

**18** (30 punten)

### **Twee verschillende afstanden**

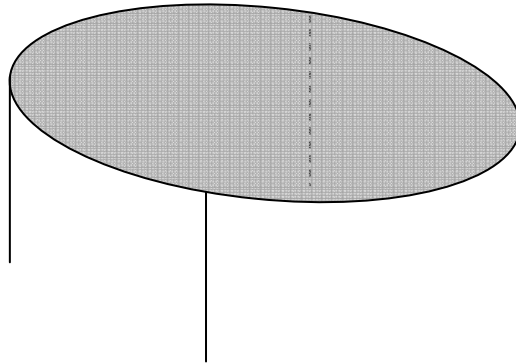
Er liggen vier punten in het platte vlak zo dat hun onderlinge afstanden slechts twee verschillende waarden hebben.

*Hoeveel situaties zijn er mogelijk?*

**19** (30 punten)

### **Een wiebelende tafel**

Een ellipsvormige tafel heeft een lange as van 160 cm en een korte as van 120 cm. Aan de einden van de lange as heeft de tafel poten van 70 cm en aan de einden van de korte as heeft hij poten van 50 cm. De tafel wiebelt dus op een vlakke vloer.



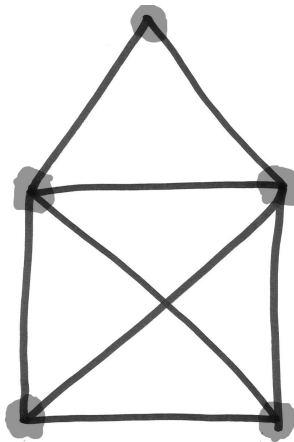
Als de tafel op een vloer staat die de vorm van een bol met een geschikte straal heeft, wiebelt hij niet.

*Wat is die straal?*

20 (30 punten)

### Huisje tekenen

Er zijn vijf punten (hieronder in grijs weergegeven). Die worden achtereenvolgens door rechte lijnen verbonden – zonder de pen van het papier te halen en zonder lijnen dubbel te tekenen – zó dat het bekende plaatje ontstaat:



*Op hoeveel manieren kan dat?*

[Zo'n tekening kan natuurlijk in twee richtingen gemaakt worden; die twee tellen we als één mogelijkheid.]