

---

---

**WISKUNDE-ESTAFETTE KUN 2001**

---

---

**60 Minuten voor 20 opgaven.**

**Het totaal aantal te behalen punten is 500**

---

---

**1** (20 punten)

Iemand bevindt zich te  $A$  en moet per fiets naar  $B$ , waar hij om precies 4 uur wil aankomen. Hij weet: fietst hij 20 km/uur, dan komt hij een uur te vroeg aan, fietst hij 10 km/uur, dan komt hij een uur te laat. Hoe ver ligt  $B$  van  $A$ ?

**2** (20 punten)

Om hoe laat precies – tussen 8 uur en 9 uur – is de grote wijzer van een goed lopend uurwerk  $20^\circ$  achter op de kleine wijzer?

**3** (30 punten)

In een zeker land is de geldeenheid de escovedo. Er zijn munten van  $\frac{1}{2}$ , 1 en 5 escovedo's; die wegen  $\frac{4}{5}$ , 1 en 2 gram. Hoeveel munten gaan er maximaal in een hoeveelheid die 2001 escovedo's waard is en 2001 gram weegt?

**4** (20 punten)

Van de bewoners van een stad is tweederde deel van de volwassen mannen getrouwd met drierde deel van de volwassen vrouwen. Welk deel van de volwassenen in die stad is getrouwd? Schrijf de uitkomst als een onvereenvoudigbare breuk.

**5** (20 punten)

Het getal 3486784401 is de vijfde macht van een natuurlijk getal. Van welk?

**6** (20 punten)

$A$ ,  $B$ ,  $C$  en  $D$  zijn vier even grote flessen.  $A$  en  $C$  zijn gevuld met water,  $B$  en  $D$  zijn gevuld met jenever.  $A$  en  $B$  worden uitgestort in een grote bak; de inhoud wordt dooreen geroerd en vervolgens weer in  $A$  en  $B$  gegoten.

Vervolgens worden  $B$  en  $C$  uitgestort in een grote bak; de inhoud wordt weer flink geroerd en vervolgens weer in  $B$  en  $C$  gegoten.

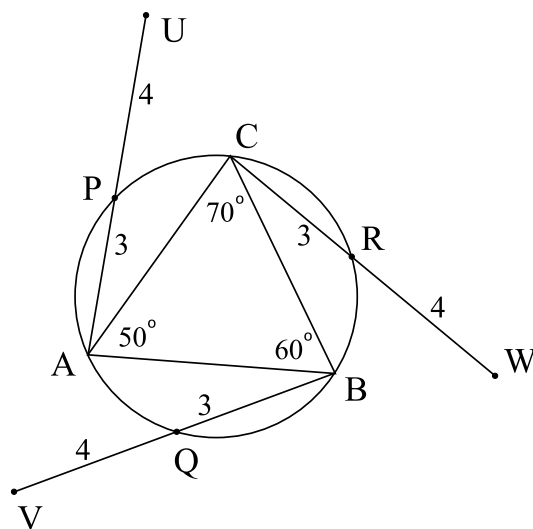
Daarna hetzelfde met  $C$  en  $D$  en tenslotte hetzelfde met  $D$  en  $A$ .

Welke fles bevat dan de meeste alcohol?

Je mag op deze vraag maar één keer antwoord geven.

**7** (30 punten)

De hoekpunten van  $\triangle ABC$  liggen op een cirkel met straal 5; de hoeken van  $\triangle ABC$  zijn  $50^\circ$ ,  $60^\circ$  en  $70^\circ$  groot. Kijk nu naar de bijgaande figuur:



$AP$ ,  $BQ$  en  $CR$  zijn koorden van de cirkel door  $A$ ,  $B$  en  $C$ ; de lengte van elk van hen is 3. Die koorden zijn verlengd met stukken  $PU$ ,  $QV$  en  $RW$  die allen lengte 4 hebben. Bereken de hoeken van  $\triangle UVW$ .

8 (30 punten)

De volleybalclub NVC bestaat uit twaalf leden: vijf meisjes en zeven jongens. Op trainingsavonden worden oefenpartijen gespeeld: bij elke partij wordt de club opgesplitst in twee zestallen: aan elke kant van het net één zestal. Hoeveel opsplitsingen zijn er waarbij geen van beide zestallen alle meisjes bevat?

9 (20 punten)



Bij een dom televisiespelletje worden zes enveloppen met geld verdeeld over drie deelnemers. De bedragen in de enveloppen zijn 10, 25, 25, 40, 50 en 75. Jansen krijgt één enveloppe, Pietersen krijgt er twee en Smit krijgt er drie. Na opening van de enveloppen blijkt dat Smit precies tweemaal zoveel geld heeft gekregen als Pietersen. Hoeveel heeft Jansen gekregen?

10 (30 punten)

Het getal 72 heeft twaalf delers:  $1, 2, 3, \dots, 36, 72$ . De som van deze twaalf delers is 195. Wat is de som van de omgekeerden van de delers?

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{36} + \frac{1}{72} = ?$$

Schrijf het antwoord op als onvereenvoudigbare breuk.

**11** (30 punten)

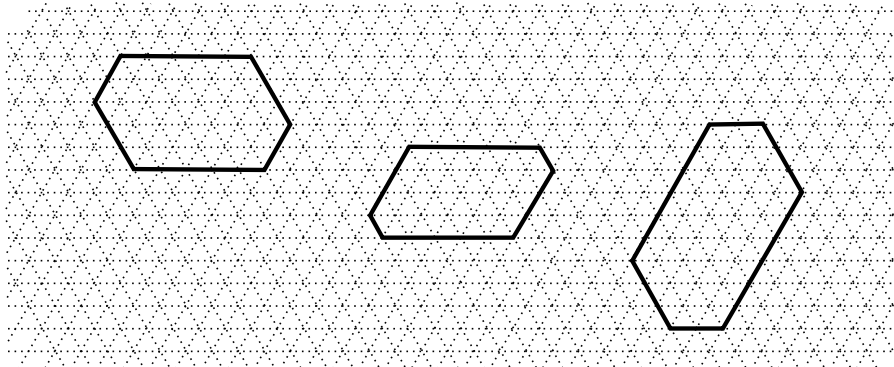
De natuurkundeleraar (N), de scheikundeleraar (S) en de wiskundeleraar (W) hebben de namen A(gnes), B(ertus) en C(ees). Hun leeftijden (vandaag, 28 september 2001) zijn 31, 33 en 40 jaar.

W verschilt met één van de natuurwetenschappers in leeftijd op de dag af 7 jaar. De som van de leeftijd van A en die van C is oneven. De som van de leeftijden van W en C is oneven. Het product van de leeftijden van B en C is even. De som van de leeftijd van S en die van A is kleiner dan de som van die van W en B.

Vul het volgende schema naar waarheid in.

	Natuurkundeleraar	Scheikundeleraar	Wiskundeleraar
naam			
leeftijd			

**12** (30 punten)



Op dit vel is een deel van een vlakvulling met gelijkzijdige driehoeken (met zijdelengte 1) getekend. We bekijken zeshoeken met hoeken van  $120^\circ$  en met zijden die allemaal een geheel getal als lengte hebben. De zijden van de zeshoeken liggen op de lijnen van de vlakvulling.

Van een van die zeshoeken,  $ABCDEF$  weten we:

de zijden  $AB$  en  $DE$  hebben lengte  $a$ ,

de zijden  $BC$  en  $EF$  hebben lengte  $b$ ,

de zijden  $CD$  en  $FA$  hebben lengte  $c$ .

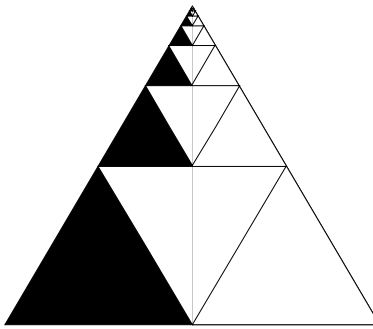
Hoeveel gelijkzijdige driehoeken (met zijdelengte 1) liggen binnen de driehoek  $ABCDEF$ ?

**13** (30 punten)

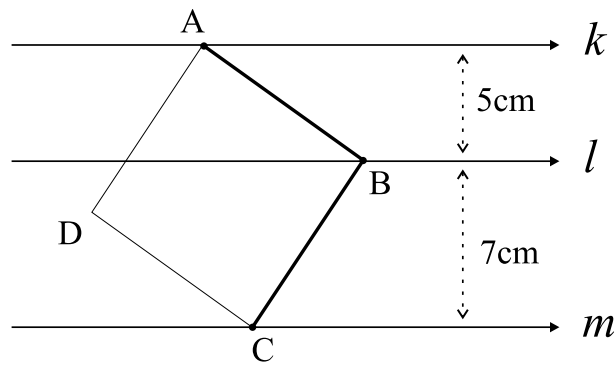
Bereken

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{4^4} + \dots$$

Geef je antwoord als een onvereenvoudigbare breuk.



**14** (20 punten)



De lijnen  $k$ ,  $l$ ,  $m$  zijn evenwijdig; de afstand van  $l$  tot  $k$  is 5 cm; de afstand van  $l$  tot  $m$  is 7 cm;  $l$  ligt tussen  $k$  en  $m$ .

$A$  is een punt van  $k$ ,  $B$  een punt van  $l$  en  $C$  een punt van  $m$ ;  $ABCD$  is een vierkant.  
Wat is de oppervlakte van het vlakstuk  $ABCD$

15 (20 punten)

Bereken

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{100} + \frac{2}{100} + \frac{3}{100} + \cdots + \frac{99}{100}\right).$$

Geef een zo veel mogelijk vereenvoudigde uitkomst.

16 (30 punten)

Er is een (Arabisch) sprookje waarin een djinni een arme fellah op zekere dag één zandkorrel geeft. Op de volgende dag krijgt de fellah twee zandkorrels; op de derde dag krijgt hij er vier,  $\cdots$ , op de  $n$ -de dag krijgt hij  $2^{n-1}$  zandkorrels.

Op de  $n$ -de dag heeft hij  $2^n - 1$  zandkorrels. De aantallen worden al snel zo groot dat er in de woestijn niet genoeg zand is om dit lang vol te houden ( $2^{64} - 1$  heeft 20 cijfers). Toch kun je over deze getallen wel iets zeggen.

Vraag: Wat zijn de twee laatste cijfers van  $2^{64} - 1$ ?

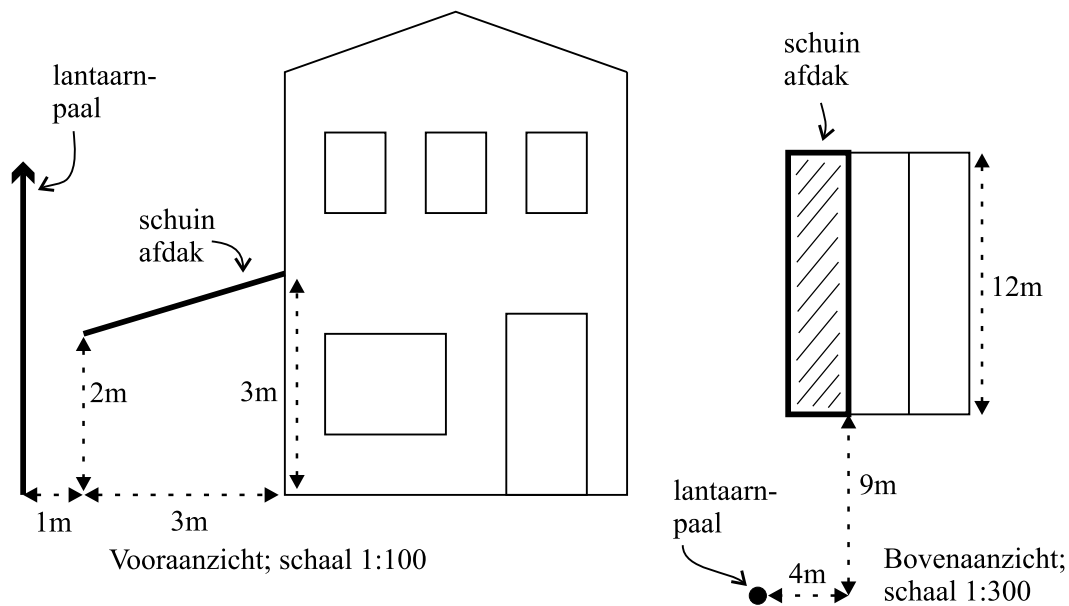
17 (20 punten)

Geef alle gehele getallen  $n$  tussen 100 en 999 zo dat  $n$  en  $n^2$  hetzelfde laatste cijfer, hetzelfde voorlaatste cijfer en hetzelfde voor-voorlaatste cijfer hebben.

18 (20 punten)

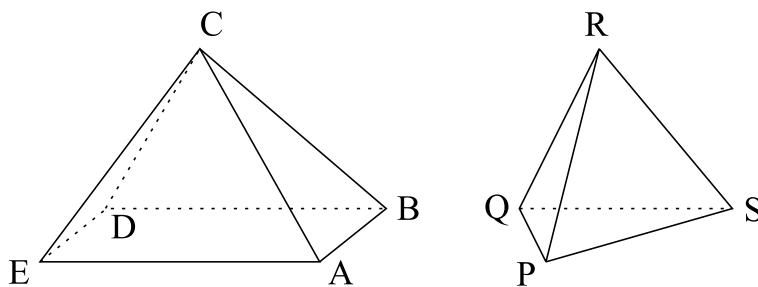
Geef een getal van zes cijfers  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$  en  $f$  zo dat het getal  $c d e f a b$  tweemaal zo groot is als  $a b c d e f$ .

19 (30 punten)



Een huis heeft langs de gehele zijgevel een schuin afdak. Een lantaarnpaal staat 9 m voor het huis; zijn afstand tot het vak van de zijgevel met het afdak is 4 m. Zie bijgaand voor- en bovenaanzicht. Het licht van de lantaarn verlicht een driehoekig stuk (van de zijgevel) onder het afdak; de oppervlakte van dat driehoekig stuk van de zijgevel is  $13,5 \text{ m}^2$ . Huis en lantaarn staan op een mooi vlak terrein. Hoeveel meter boven de grond bevindt zich de lamp van de lantaarn?

20 (30 punten)



$\overset{C}{ABDE}$  is een regelmatige vierzijdige piramide; d.w.z.  $ABDE$  is een vierkant, de vier ribben  $CA, CB, CD$  en  $CE$  zijn even lang.

$PQR$  is een regelmatig viervlak; d.w.z. de zes ribben  $PQ, PR, PS, QR, QS, RS$  zijn even lang.

Sterker nog: alle acht ribben van de piramide en alle zes ribben van het viervlak zijn 10 cm lang.

Het zijvlak  $PQR$  wordt – precies passend – tegen het zijvlak  $ABC$  geplaatst. Wat is dan de afstand tussen de punten  $D$  en  $S$ ?