

	1					
				7		
2		4				
14						

29<sup>e</sup> Wiskundetoernooi

Radboud Universiteit



# Estafette

universität**bonn**

**KU LEUVEN**

Je hebt **60 minuten** tijd voor **20 opgaven**.

Bij elke opgave krijg je 2 of 3 pogingen voor het geven van het goede antwoord, meestal 3 pogingen.

Elke opgave levert **20** of **30** punten op. Het totaal aantal te behalen punten is **500**.

## Opgave 1 (20 punten, rest 480 punten)

Gedurende elke minuut van een dag maken we een foto van een digitale klok. Zo staat er op de foto van 22:12 eenmaal het cijfer 1 en driemaal het cijfer 2. Indien we zo voor elke foto de cijfers 1 en 2 tellen, hoe vaak komt het cijfer 1 dan meer voor dan het cijfer 2 in een periode van 24 uur?

1<sup>e</sup> poging

---



---



---



---

2<sup>e</sup> poging

---



---



---



---

	1					
				7		
2		4				
14						

29<sup>e</sup> Wiskundetoernooi

Radboud Universiteit



# Estafette

universität**bonn**

**KU LEUVEN**

Je hebt **60 minuten** tijd voor **20 opgaven**.

Bij elke opgave krijg je 2 of 3 pogingen voor het geven van het goede antwoord, meestal 3 pogingen.

Elke opgave levert **20** of **30** punten op. Het totaal aantal te behalen punten is **500**.

## Opgave 1 (20 punten, rest 480 punten)

Gedurende elke minuut van een dag maken we een foto van een digitale klok. Zo staat er op de foto van 22:12 eenmaal het cijfer 1 en driemaal het cijfer 2. Indien we zo voor elke foto de cijfers 1 en 2 tellen, hoe vaak komt het cijfer 1 dan meer voor dan het cijfer 2 in een periode van 24 uur?

	1					
				7		
2		4				
14						

29<sup>e</sup> Wiskundetoernooi

Radboud Universiteit



# 2020 Estafette

universität**bonn**

**KU LEUVEN**

Je hebt **60 minuten** tijd voor **20 opgaven**.

Bij elke opgave krijg je 2 of 3 pogingen voor het geven van het goede antwoord, meestal 3 pogingen.

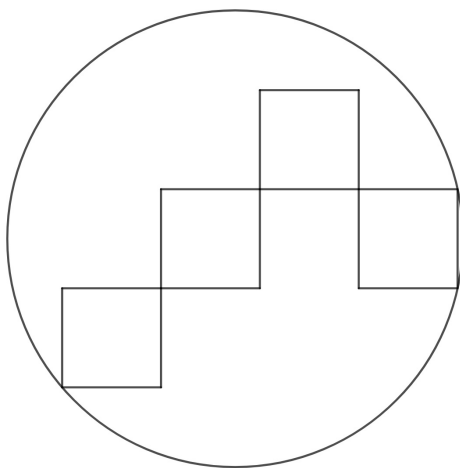
Elke opgave levert **20** of **30** punten op. Het totaal aantal te behalen punten is **500**.

## Opgave 1 (20 punten, rest 480 punten)

Gedurende elke minuut van een dag maken we een foto van een digitale klok. Zo staat er op de foto van 22:12 eenmaal het cijfer 1 en driemaal het cijfer 2. Indien we zo voor elke foto de cijfers 1 en 2 tellen, hoe vaak komt het cijfer 1 dan meer voor dan het cijfer 2 in een periode van 24 uur?

## Opgave 2 (30 punten, rest 450 punten)

Vier vierkanten hebben onderling evenwijdige paren zijden en liggen in een schijf zoals aangegeven op de onderstaande figuur. Het meest linkse vierkant heeft één punt gemeen met de rand van de schijf en het meest rechtse twee punten. Verder raken de vierkanten elkaar hoogstens in een hoekpunt. Wat is de oppervlakte van de schijf, als elk vierkant oppervlakte 1 heeft?



1<sup>e</sup> poging

---

---

---

---

2<sup>e</sup> poging

---

---

---

---

3<sup>e</sup> poging

---

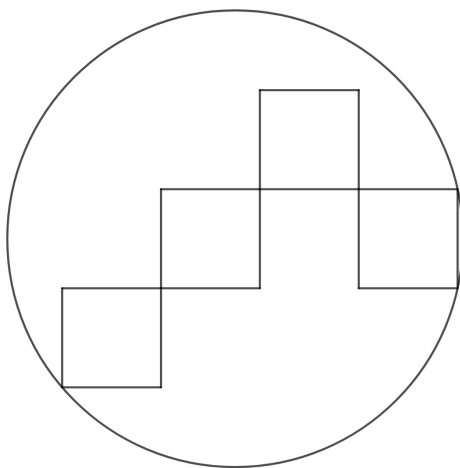
---

---

---

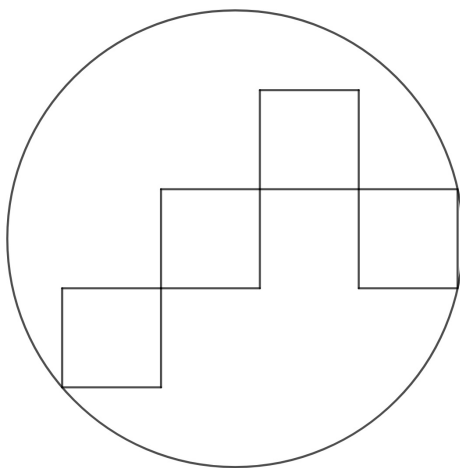
## Opgave 2 (30 punten, rest 450 punten)

Vier vierkanten hebben onderling evenwijdige paren zijden en liggen in een schijf zoals aangegeven op de onderstaande figuur. Het meest linkse vierkant heeft één punt gemeen met de rand van de schijf en het meest rechtse twee punten. Verder raken de vierkanten elkaar hoogstens in een hoekpunt. Wat is de oppervlakte van de schijf, als elk vierkant oppervlakte 1 heeft?



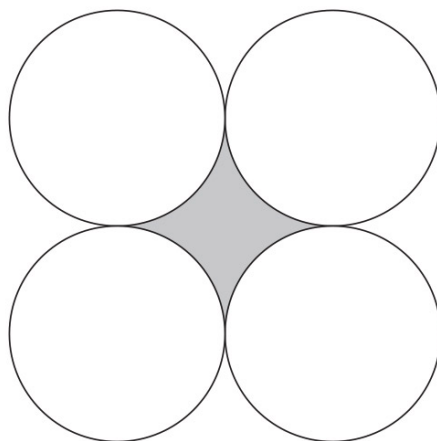
## Opgave 2 (30 punten, rest 450 punten)

Vier vierkanten hebben onderling evenwijdige paren zijden en liggen in een schijf zoals aangegeven op de onderstaande figuur. Het meest linkse vierkant heeft één punt gemeen met de rand van de schijf en het meest rechtse twee punten. Verder raken de vierkanten elkaar hoogstens in een hoekpunt. Wat is de oppervlakte van de schijf, als elk vierkant oppervlakte 1 heeft?



### Opgave 3 (20 punten, rest 430 punten)

Beschouw de 4 cirkels zoals aangegeven in de tekening. Elke cirkel heeft straal 1 en raakt beide aanliggende cirkels. Wat is de oppervlakte van het grijze gebied?



1<sup>e</sup> poging

---

---

---

---

2<sup>e</sup> poging

---

---

---

---

3<sup>e</sup> poging

---

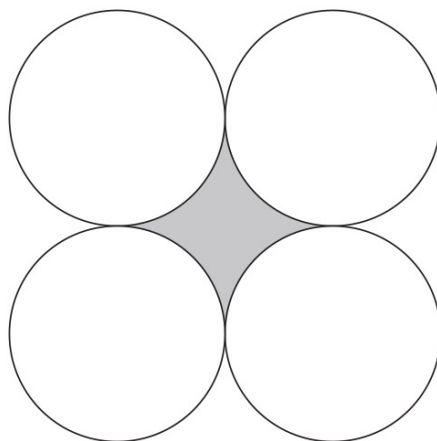
---

---

---

### Opgave 3 (20 punten, rest 430 punten)

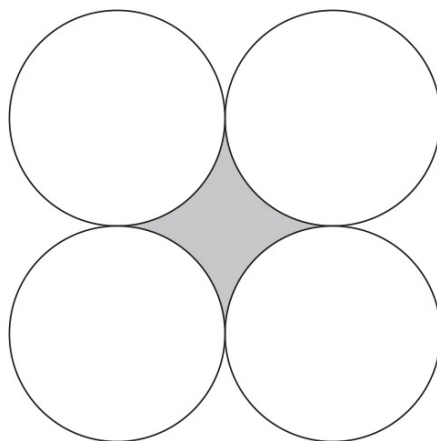
Beschouw de 4 cirkels zoals aangegeven in de tekening. Elke cirkel heeft straal 1 en raakt beide aanliggende cirkels. Wat is de oppervlakte van het grijze gebied?





### Opgave 3 (20 punten, rest 430 punten)

Beschouw de 4 cirkels zoals aangegeven in de tekening. Elke cirkel heeft straal 1 en raakt beide aanliggende cirkels. Wat is de oppervlakte van het grijze gebied?



## Opgave 4 (30 punten, rest 400 punten)

Een *autobiografisch getal* is een getal waarbij het eerste cijfer aangeeft hoeveel nullen er in het getal voorkomen, het tweede cijfer hoeveel enen er in voorkomen, het derde cijfer hoeveel tweeën er in voorkomen, enzovoort. Het getal 2020 is een autobiografisch getal: er komen 2 nullen in voor, 0 enen, 2 tweeën en 0 drieën.

Wat is het eerstvolgende autobiografisch getal groter dan 2020?

1<sup>e</sup> poging

---

---

---

---

2<sup>e</sup> poging

---

---

---

---

3<sup>e</sup> poging

---

---

---

---

## Opgave 4 (30 punten, rest 400 punten)

Een *autobiografisch getal* is een getal waarbij het eerste cijfer aangeeft hoeveel nullen er in het getal voorkomen, het tweede cijfer hoeveel enen er in voorkomen, het derde cijfer hoeveel tweeën er in voorkomen, enzovoort. Het getal 2020 is een autobiografisch getal: er komen 2 nullen in voor, 0 enen, 2 tweeën en 0 drieën.

Wat is het eerstvolgende autobiografisch getal groter dan 2020?

## Opgave 4 (30 punten, rest 400 punten)

Een *autobiografisch getal* is een getal waarbij het eerste cijfer aangeeft hoeveel nullen er in het getal voorkomen, het tweede cijfer hoeveel enen er in voorkomen, het derde cijfer hoeveel tweeën er in voorkomen, enzovoort. Het getal 2020 is een autobiografisch getal: er komen 2 nullen in voor, 0 enen, 2 tweeën en 0 drieën.

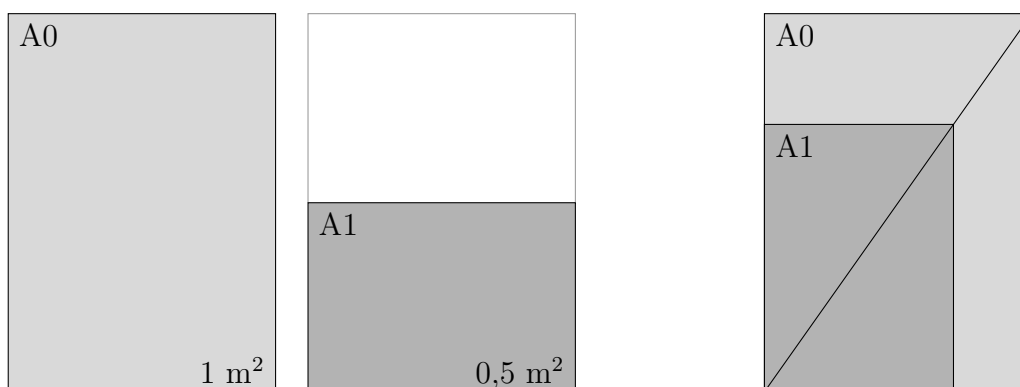
Wat is het eerstvolgende autobiografisch getal groter dan 2020?

## Opgave 5 (20 punten, rest 380 punten)

Een A0-vel is een rechthoekig vel papier met een oppervlakte van  $1 \text{ m}^2$ . Halveert men dit vel door de lange zijde in het midden dubbel te vouwen, dan krijgt men een A1-vel (zie linksonder).

Als men een A1-vel op een A0-vel legt, zo dat een lange zijde van het A1-vel op een lange zijde van het A0-vel ligt en een korte zijde van het A1-vel op een korte zijde van het A0-vel ligt, dan ligt de diagonaal van het A1-vel op de diagonaal van het A0-vel (zie rechtsonder).

Op dezelfde manier kan men een A1-vel halveren tot een A2-vel, een A2-vel tot een A3-vel, en een A3-vel tot een A4-vel.



Hoeveel **centimeter** is de lange zijde van een A4-vel?

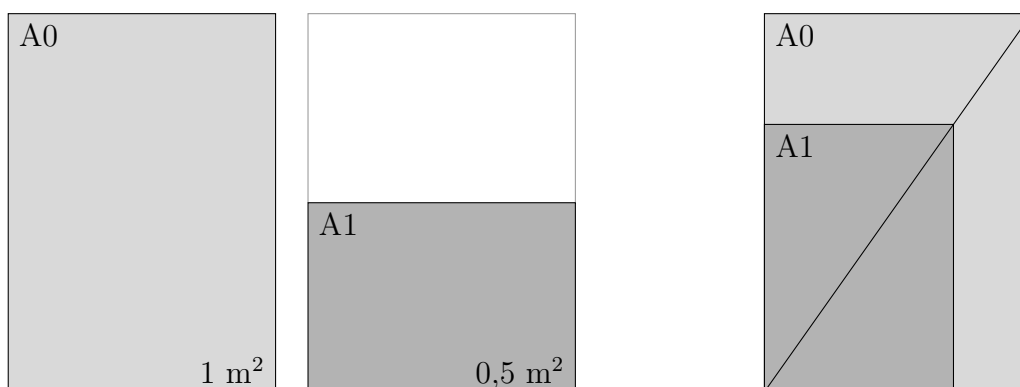
1 <sup>e</sup> poging	2 <sup>e</sup> poging	3 <sup>e</sup> poging
<hr/>	<hr/>	<hr/>
<hr/>	<hr/>	<hr/>
<hr/>	<hr/>	<hr/>
<hr/>	<hr/>	<hr/>

## Opgave 5 (20 punten, rest 380 punten)

Een A0-vel is een rechthoekig vel papier met een oppervlakte van  $1 \text{ m}^2$ . Halveert men dit vel door de lange zijde in het midden dubbel te vouwen, dan krijgt men een A1-vel (zie linksonder).

Als men een A1-vel op een A0-vel legt, zo dat een lange zijde van het A1-vel op een lange zijde van het A0-vel ligt en een korte zijde van het A1-vel op een korte zijde van het A0-vel ligt, dan ligt de diagonaal van het A1-vel op de diagonaal van het A0-vel (zie rechtsonder).

Op dezelfde manier kan men een A1-vel halveren tot een A2-vel, een A2-vel tot een A3-vel, en een A3-vel tot een A4-vel.



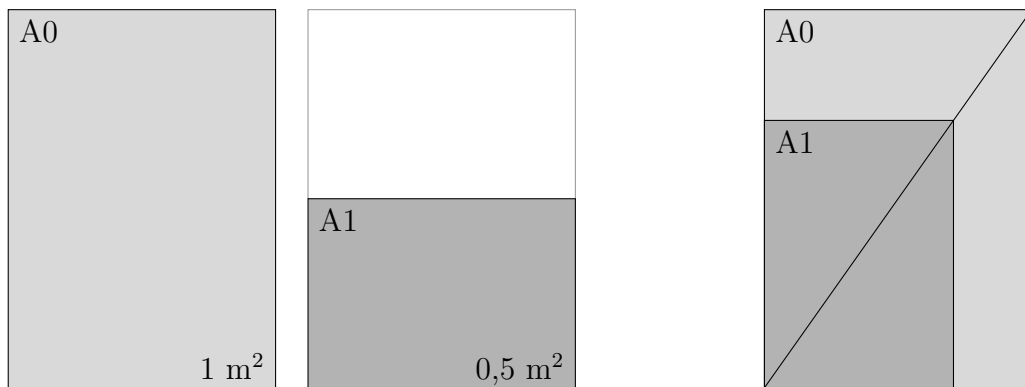
Hoeveel **centimeter** is de lange zijde van een A4-vel?

## Opgave 5 (20 punten, rest 380 punten)

Een A0-vel is een rechthoekig vel papier met een oppervlakte van  $1 \text{ m}^2$ . Halveert men dit vel door de lange zijde in het midden dubbel te vouwen, dan krijgt men een A1-vel (zie linksonder).

Als men een A1-vel op een A0-vel legt, zo dat een lange zijde van het A1-vel op een lange zijde van het A0-vel ligt en een korte zijde van het A1-vel op een korte zijde van het A0-vel ligt, dan ligt de diagonaal van het A1-vel op de diagonaal van het A0-vel (zie rechtsonder).

Op dezelfde manier kan men een A1-vel halveren tot een A2-vel, een A2-vel tot een A3-vel, en een A3-vel tot een A4-vel.



Hoeveel **centimeter** is de lange zijde van een A4-vel?

## Opgave 6 (30 punten, rest 350 punten)

Je speelt een spel met een computer, Donovan. Die neemt een getal in gedachten en jij moet daarnaar raden. De getallen die hij kent zijn 1, 2, 3 en 4. Hij kiest er één, en jij raadt. Als je goed raadt, win jij. Anders kiest Donovan een nieuw getal (nog steeds uit 1, 2, 3, 4) dat 1 verschilt van zijn vorige keuze. Jij raadt opnieuw. Als je goed raadt, win je. Anders kiest Donovan opnieuw een getal (nog steeds uit 1, 2, 3, 4) dat 1 verschilt van zijn vorige keuze. Dit gaat door tot je óf goed raadt, óf vier keer verkeerd geraden hebt – dan heb je verloren.

Je weet niet wat er in Donovan omgaat. Het heeft dus geen zin om tussentijds je plan bij te stellen. (Donovan weet wel steeds wat je gekozen hebt.) Een mogelijk plan zou zijn: kies eerst 1, dan (zo nodig) 3, dan 2, dan weer 3. Stenografisch wordt dit 1-3-2-3. Daarmee win je misschien niet, want Donovan zou 3-2-1-2 kunnen kiezen.

Geef (stenografisch) een plan waarmee je zeker wint, ongeacht wat Donovan doet.

1 <sup>e</sup> poging	2 <sup>e</sup> poging	3 <sup>e</sup> poging
_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____



## Opgave 6 (30 punten, rest 350 punten)

Je speelt een spel met een computer, Donovan. Die neemt een getal in gedachten en jij moet daarnaar raden. De getallen die hij kent zijn 1, 2, 3 en 4. Hij kiest er één, en jij raadt. Als je goed raadt, win jij. Anders kiest Donovan een nieuw getal (nog steeds uit 1, 2, 3, 4) dat 1 verschilt van zijn vorige keuze. Jij raadt opnieuw. Als je goed raadt, win je. Anders kiest Donovan opnieuw een getal (nog steeds uit 1, 2, 3, 4) dat 1 verschilt van zijn vorige keuze. Dit gaat door tot je óf goed raadt, óf vier keer verkeerd geraden hebt – dan heb je verloren.

Je weet niet wat er in Donovan omgaat. Het heeft dus geen zin om tussentijds je plan bij te stellen. (Donovan weet wel steeds wat je gekozen hebt.) Een mogelijk plan zou zijn: kies eerst 1, dan (zo nodig) 3, dan 2, dan weer 3. Stenografisch wordt dit 1-3-2-3. Daarmee win je misschien niet, want Donovan zou 3-2-1-2 kunnen kiezen.

Geef (stenografisch) een plan waarmee je zeker wint, ongeacht wat Donovan doet.

## Opgave 6 (30 punten, rest 350 punten)

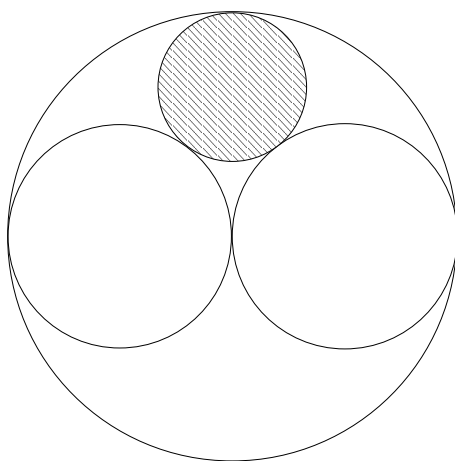
Je speelt een spel met een computer, Donovan. Die neemt een getal in gedachten en jij moet daarnaar raden. De getallen die hij kent zijn 1, 2, 3 en 4. Hij kiest er één, en jij raadt. Als je goed raadt, win jij. Anders kiest Donovan een nieuw getal (nog steeds uit 1, 2, 3, 4) dat 1 verschilt van zijn vorige keuze. Jij raadt opnieuw. Als je goed raadt, win je. Anders kiest Donovan opnieuw een getal (nog steeds uit 1, 2, 3, 4) dat 1 verschilt van zijn vorige keuze. Dit gaat door tot je óf goed raadt, óf vier keer verkeerd geraden hebt – dan heb je verloren.

Je weet niet wat er in Donovan omgaat. Het heeft dus geen zin om tussentijds je plan bij te stellen. (Donovan weet wel steeds wat je gekozen hebt.) Een mogelijk plan zou zijn: kies eerst 1, dan (zo nodig) 3, dan 2, dan weer 3. Stenografisch wordt dit 1-3-2-3. Daarmee win je misschien niet, want Donovan zou 3-2-1-2 kunnen kiezen.

Geef (stenografisch) een plan waarmee je zeker wint, ongeacht wat Donovan doet.

## Opgave 7 (20 punten, rest 330 punten)

In onderstaande figuur heeft de grootste schijf straal 2 en hebben de twee kleinere niet-gearceerde schijven allebei straal 1. Bovendien raken de vier schijven elkaar twee aan twee. Wat is de straal van de gearceerde schijf?



1<sup>e</sup> poging

---

---

---

---

2<sup>e</sup> poging

---

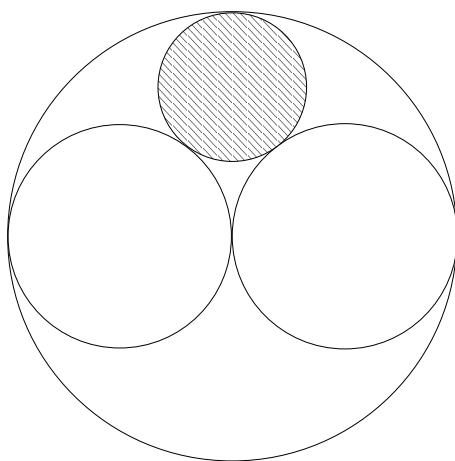
---

---

---

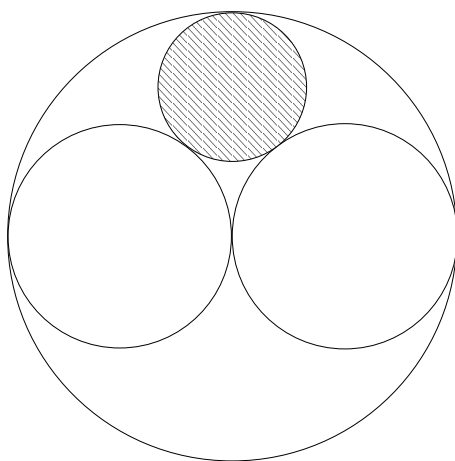
## Opgave 7 (20 punten, rest 330 punten)

In onderstaande figuur heeft de grootste schijf straal 2 en hebben de twee kleinere niet-gearceerde schijven allebei straal 1. Bovendien raken de vier schijven elkaar twee aan twee. Wat is de straal van de gearceerde schijf?



## Opgave 7 (20 punten, rest 330 punten)

In onderstaande figuur heeft de grootste schijf straal 2 en hebben de twee kleinere niet-gearceerde schijven allebei straal 1. Bovendien raken de vier schijven elkaar twee aan twee. Wat is de straal van de gearceerde schijf?



## Opgave 8 (30 punten, rest 300 punten)

We hebben drie vierzijdige dobbelstenen, met op elke zijde een letter. Geen enkele letter komt op meerdere dobbelstenen of meerdere keren per dobbelsteen voor. In elke ronde gooien we alledrie de dobbelstenen tegelijk, zodat we drie verschillende letters krijgen. Na acht van zulke rondes hebben de volgende drieletterwoorden:

KAT, ZON, MOP, UIL, PUS, TAP, MIN, PAS

Wat zijn de letters op elk van de dobbelstenen?

Geef je antwoord in drie groepjes van vier **alfabetisch gerangschikte** letters.

1<sup>e</sup> poging

---

---

---

---

2<sup>e</sup> poging

---

---

---

---

3<sup>e</sup> poging

---

---

---

---

## Opgave 8 (30 punten, rest 300 punten)

We hebben drie vierzijdige dobbelstenen, met op elke zijde een letter. Geen enkele letter komt op meerdere dobbelstenen of meerdere keren per dobbelsteen voor. In elke ronde gooien we alledrie de dobbelstenen tegelijk, zodat we drie verschillende letters krijgen. Na acht van zulke rondes hebben de volgende drieletterwoorden:

KAT, ZON, MOP, UIL, PUS, TAP, MIN, PAS

Wat zijn de letters op elk van de dobbelstenen?

Geef je antwoord in drie groepjes van vier **alfabetisch gerangschikte** letters.

## Opgave 8 (30 punten, rest 300 punten)

We hebben drie vierzijdige dobbelstenen, met op elke zijde een letter. Geen enkele letter komt op meerdere dobbelstenen of meerdere keren per dobbelsteen voor. In elke ronde gooien we alledrie de dobbelstenen tegelijk, zodat we drie verschillende letters krijgen. Na acht van zulke rondes hebben de volgende drieletterwoorden:

KAT, ZON, MOP, UIL, PUS, TAP, MIN, PAS

Wat zijn de letters op elk van de dobbelstenen?

Geef je antwoord in drie groepjes van vier **alfabetisch gerangschikte** letters.



## Opgave 9 (20 punten, rest 280 punten)

Noteer met  $n$  het kleinste natuurlijk getal, groter dan 200, dat kan geschreven worden als de som van 5 opeenvolgende natuurlijke getallen, maar ook als de som van 6 opeenvolgende natuurlijke getallen en als de som van 7 opeenvolgende natuurlijke getallen. Wat is  $n$ ?

1<sup>e</sup> poging

---

---

---

---

2<sup>e</sup> poging

---

---

---

---

## Opgave 9 (20 punten, rest 280 punten)

Noteer met  $n$  het kleinste natuurlijk getal, groter dan 200, dat kan geschreven worden als de som van 5 opeenvolgende natuurlijke getallen, maar ook als de som van 6 opeenvolgende natuurlijke getallen en als de som van 7 opeenvolgende natuurlijke getallen. Wat is  $n$ ?

## Opgave 9 (20 punten, rest 280 punten)

Noteer met  $n$  het kleinste natuurlijk getal, groter dan 200, dat kan geschreven worden als de som van 5 opeenvolgende natuurlijke getallen, maar ook als de som van 6 opeenvolgende natuurlijke getallen en als de som van 7 opeenvolgende natuurlijke getallen. Wat is  $n$ ?

## Opgave 10 (30 punten, rest 250 punten)

Vijf piraten van verschillende leeftijden hebben een schat van 100 goudstukken buitgemaakt. Op hun schip besluiten ze de buit als volgt te verdelen.

De oudste piraat doet een voorstel voor een verdeling en alle piraten (dus ook de oudste) stemmen er voor of tegen. Als minstens de helft van de piraten voor stemt, worden de goudstukken volgens het voorstel verdeeld. Zo niet dan wordt de piraat die het voorstel deed overboord gegooid en het proces wordt herhaald met de overgebleven piraten.

Als een piraat evenveel munten zou krijgen als hij nou voor of tegen een voorstel stemt, dan geeft zijn bloeddorst de doorslag: hij stemt tegen, zodat de piraat die het voorstel deed voor de haaien wordt gegooid.

We gaan er van uit dat alle piraten rationeel, hebzuchtig en goed in wiskunde zijn en dat geen van hen dood wil gaan. Hoeveel goudstukken zal de oudste piraat krijgen?

1 <sup>e</sup> poging	2 <sup>e</sup> poging	3 <sup>e</sup> poging
<hr/>	<hr/>	<hr/>
<hr/>	<hr/>	<hr/>
<hr/>	<hr/>	<hr/>
<hr/>	<hr/>	<hr/>

## Opgave 10 (30 punten, rest 250 punten)

Vijf piraten van verschillende leeftijden hebben een schat van 100 goudstukken buitgemaakt. Op hun schip besluiten ze de buit als volgt te verdelen.

De oudste piraat doet een voorstel voor een verdeling en alle piraten (dus ook de oudste) stemmen er voor of tegen. Als minstens de helft van de piraten voor stemt, worden de goudstukken volgens het voorstel verdeeld. Zo niet dan wordt de piraat die het voorstel deed overboord gegooid en het proces wordt herhaald met de overgebleven piraten.

Als een piraat evenveel munten zou krijgen als hij nou voor of tegen een voorstel stemt, dan geeft zijn bloeddorst de doorslag: hij stemt tegen, zodat de piraat die het voorstel deed voor de haaien wordt gegooid.

We gaan er van uit dat alle piraten rationeel, hebzuchtig en goed in wiskunde zijn en dat geen van hen dood wil gaan. Hoeveel goudstukken zal de oudste piraat krijgen?

## Opgave 10 (30 punten, rest 250 punten)

Vijf piraten van verschillende leeftijden hebben een schat van 100 goudstukken buitgemaakt. Op hun schip besluiten ze de buit als volgt te verdelen.

De oudste piraat doet een voorstel voor een verdeling en alle piraten (dus ook de oudste) stemmen er voor of tegen. Als minstens de helft van de piraten voor stemt, worden de goudstukken volgens het voorstel verdeeld. Zo niet dan wordt de piraat die het voorstel deed overboord gegooid en het proces wordt herhaald met de overgebleven piraten.

Als een piraat evenveel munten zou krijgen als hij nou voor of tegen een voorstel stemt, dan geeft zijn bloeddorst de doorslag: hij stemt tegen, zodat de piraat die het voorstel deed voor de haaien wordt gegooid.

We gaan er van uit dat alle piraten rationeel, hebzuchtig en goed in wiskunde zijn en dat geen van hen dood wil gaan. Hoeveel goudstukken zal de oudste piraat krijgen?

## Opgave 11 (20 punten, rest 230 punten)

Welke antwoorden zijn correct?

- (A) alle onderstaande
- (B) geen van de onderstaande
- (C) alle bovenstaande
- (D) precies één van de bovenstaande
- (E) geen van de bovenstaande
- (F) geen van de bovenstaande

Geef je antwoord in de vorm van een rijtje letters, bijvoorbeeld (A)-(D)-(E).

1 <sup>e</sup> poging
_____
_____
_____
_____

2 <sup>e</sup> poging
_____
_____
_____
_____

3 <sup>e</sup> poging
_____
_____
_____
_____

## Opgave 11 (20 punten, rest 230 punten)

Welke antwoorden zijn correct?

- (A) alle onderstaande
- (B) geen van de onderstaande
- (C) alle bovenstaande
- (D) precies één van de bovenstaande
- (E) geen van de bovenstaande
- (F) geen van de bovenstaande

Geef je antwoord in de vorm van een rijtje letters, bijvoorbeeld (A)-(D)-(E).



## Opgave 11 (20 punten, rest 230 punten)

Welke antwoorden zijn correct?

- (A) alle onderstaande
- (B) geen van de onderstaande
- (C) alle bovenstaande
- (D) precies één van de bovenstaande
- (E) geen van de bovenstaande
- (F) geen van de bovenstaande

Geef je antwoord in de vorm van een rijtje letters, bijvoorbeeld (A)-(D)-(E).

## Opgave 12 (30 punten, rest 200 punten)

Bepaal alle natuurlijke getallen  $n > 0$  zodat  $\frac{9n^2 + 16n - 4}{2n - 1}$  een geheel getal is.

1<sup>e</sup> poging

---

---

---

---

2<sup>e</sup> poging

---

---

---

---

3<sup>e</sup> poging

---

---

---

---

## Opgave 12 (30 punten, rest 200 punten)

Bepaal alle natuurlijke getallen  $n > 0$  zodat  $\frac{9n^2 + 16n - 4}{2n - 1}$  een geheel getal is.

## Opgave 12 (30 punten, rest 200 punten)

Bepaal alle natuurlijke getallen  $n > 0$  zodat  $\frac{9n^2 + 16n - 4}{2n - 1}$  een geheel getal is.

## Opgave 13 (20 punten, rest 180 punten)

Maartje beklimt een berg van 2000 meter hoog, die de vorm heeft van een rechtopstaande kegel. Hiertoe neemt ze een pad, dat vanaf de voet van de berg naar boven draait met een constante helling van 10 graden. Op het moment dat ze zich voor het eerst tijdens haar klim aan de tegenovergestelde kant van de bergtop bevindt, staat ze precies 400 meter hoog, vergeleken met haar startpunt.

Hoeveel meter hoog zal Maartje zich bevinden als ze weer aan dezelfde kant van de bergtop zal zijn, vergeleken met de positie waar zij de beklimming begon?

1<sup>e</sup> poging

---

---

---

---

2<sup>e</sup> poging

---

---

---

---

3<sup>e</sup> poging

---

---

---

---

### Opgave 13 (20 punten, rest 180 punten)

Maartje beklimt een berg van 2000 meter hoog, die de vorm heeft van een rechtopstaande kegel. Hiertoe neemt ze een pad, dat vanaf de voet van de berg naar boven draait met een constante helling van 10 graden. Op het moment dat ze zich voor het eerst tijdens haar klim aan de tegenovergestelde kant van de bergtop bevindt, staat ze precies 400 meter hoog, vergeleken met haar startpunt.

Hoeveel meter hoog zal Maartje zich bevinden als ze weer aan dezelfde kant van de bergtop zal zijn, vergeleken met de positie waar zij de beklimming begon?

### Opgave 13 (20 punten, rest 180 punten)

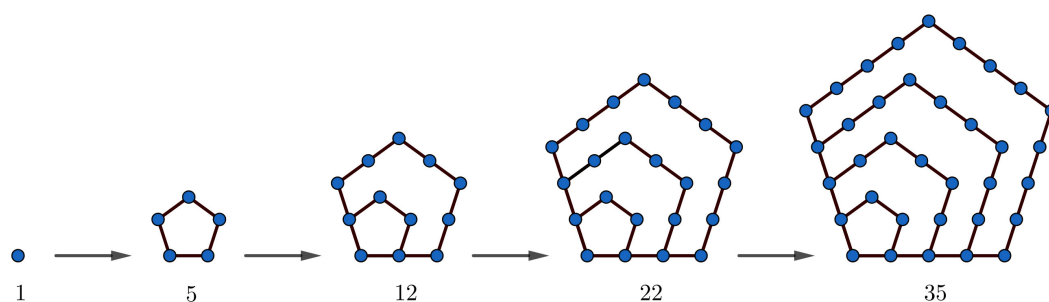
Maartje beklimt een berg van 2000 meter hoog, die de vorm heeft van een rechtopstaande kegel. Hiertoe neemt ze een pad, dat vanaf de voet van de berg naar boven draait met een constante helling van 10 graden. Op het moment dat ze zich voor het eerst tijdens haar klim aan de tegenovergestelde kant van de bergtop bevindt, staat ze precies 400 meter hoog, vergeleken met haar startpunt.

Hoeveel meter hoog zal Maartje zich bevinden als ze weer aan dezelfde kant van de bergtop zal zijn, vergeleken met de positie waar zij de beklimming begon?

## Opgave 14 (30 punten, rest 150 punten)

In het proces dat hieronder geïllustreerd is, wordt in elke stap een regelmatige vijfhoek met zijden van lengte  $n$  op een welbepaalde manier ingebed in een regelmatige vijfhoek met zijden van lengte  $n + 1$ , waarbij  $n$  een natuurlijk getal is. Langsheen de omtrek van elke vijfhoek staan stippen op afstand 1 van elkaar.

Als er bijvoorbeeld 5 stippen staan op een zijde van de grootste vijfhoek, dan zijn er in totaal 35 stippen.



Hoeveel stippen zijn er in totaal als er 2020 stippen staan op een zijde van de grootste vijfhoek?

1 <sup>e</sup> poging

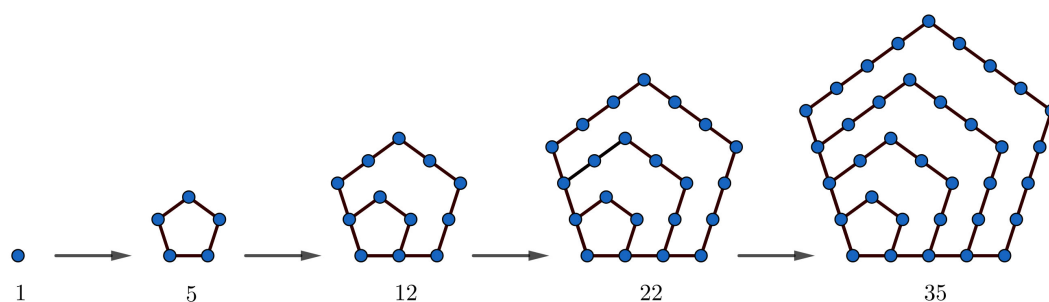
2 <sup>e</sup> poging



## Opgave 14 (30 punten, rest 150 punten)

In het proces dat hieronder geïllustreerd is, wordt in elke stap een regelmatige vijfhoek met zijden van lengte  $n$  op een welbepaalde manier ingebed in een regelmatige vijfhoek met zijden van lengte  $n + 1$ , waarbij  $n$  een natuurlijk getal is. Langsheen de omtrek van elke vijfhoek staan stippen op afstand 1 van elkaar.

Als er bijvoorbeeld 5 stippen staan op een zijde van de grootste vijfhoek, dan zijn er in totaal 35 stippen.

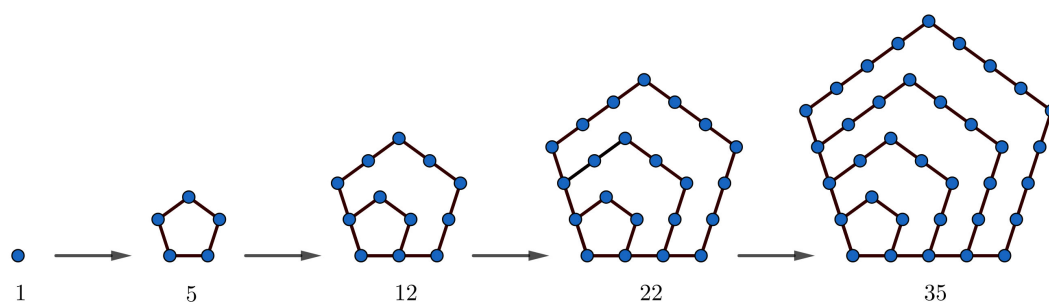


Hoeveel stippen zijn er in totaal als er 2020 stippen staan op een zijde van de grootste vijfhoek?

## Opgave 14 (30 punten, rest 150 punten)

In het proces dat hieronder geïllustreerd is, wordt in elke stap een regelmatige vijfhoek met zijden van lengte  $n$  op een welbepaalde manier ingebed in een regelmatige vijfhoek met zijden van lengte  $n + 1$ , waarbij  $n$  een natuurlijk getal is. Langsheen de omtrek van elke vijfhoek staan stippen op afstand 1 van elkaar.

Als er bijvoorbeeld 5 stippen staan op een zijde van de grootste vijfhoek, dan zijn er in totaal 35 stippen.



Hoeveel stippen zijn er in totaal als er 2020 stippen staan op een zijde van de grootste vijfhoek?

## Opgave 15 (20 punten, rest 130 punten)

Dit zijn vijf eigenschappen die een natuurlijk getal kan hebben:

- (i) het getal is 50;
- (ii) het getal is 52;
- (iii) het getal is even;
- (iv) het getal is een som van kwadraten van verschillende priemgetallen;
- (v) het getal is een 9-voud min 2.

Er zijn geen natuurlijke getallen die al deze eigenschappen hebben, maar wat is het kleinste natuurlijk getal dat zoveel mogelijk van deze eigenschappen heeft?

1 <sup>e</sup> poging
_____
_____
_____
_____

2 <sup>e</sup> poging
_____
_____
_____
_____

3 <sup>e</sup> poging
_____
_____
_____
_____

## Opgave 15 (20 punten, rest 130 punten)

Dit zijn vijf eigenschappen die een natuurlijk getal kan hebben:

- (i) het getal is 50;
- (ii) het getal is 52;
- (iii) het getal is even;
- (iv) het getal is een som van kwadraten van verschillende priemgetallen;
- (v) het getal is een 9-voud min 2.

Er zijn geen natuurlijke getallen die al deze eigenschappen hebben, maar wat is het kleinste natuurlijk getal dat zoveel mogelijk van deze eigenschappen heeft?

## Opgave 15 (20 punten, rest 130 punten)

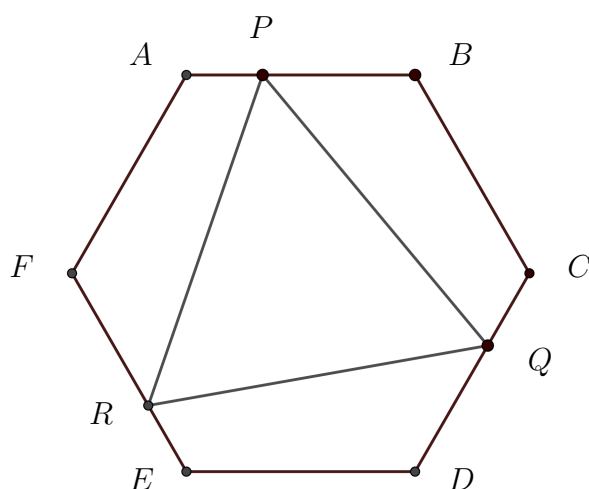
Dit zijn vijf eigenschappen die een natuurlijk getal kan hebben:

- (i) het getal is 50;
- (ii) het getal is 52;
- (iii) het getal is even;
- (iv) het getal is een som van kwadraten van verschillende priemgetallen;
- (v) het getal is een 9-voud min 2.

Er zijn geen natuurlijke getallen die al deze eigenschappen hebben, maar wat is het kleinste natuurlijk getal dat zoveel mogelijk van deze eigenschappen heeft?

## Opgave 16 (30 punten, rest 100 punten)

Gegeven zijn een regelmatige zeshoek  $ABCDEF$  zoals in de onderstaande figuur, een punt  $P$  op de zijde  $AB$ , een punt  $Q$  op de zijde  $CD$  en een punt  $R$  op de zijde  $EF$ , zodat  $2|AP| = |PB| = |QD| = |RF|$ .

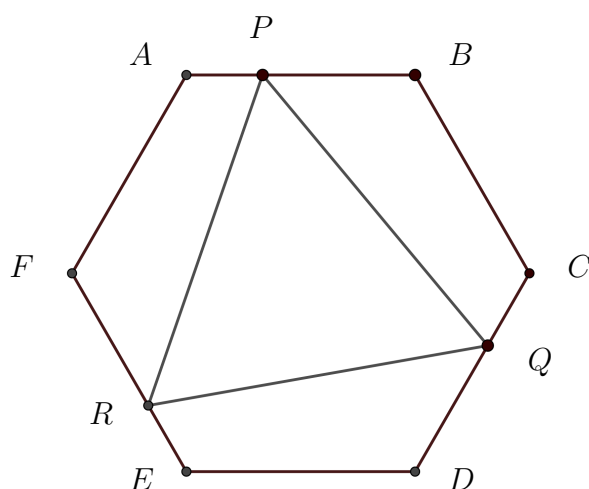


Bepaal de verhouding van de oppervlakte van driehoek  $PQR$  en de oppervlakte van zeshoek  $ABCDEF$ .

1 <sup>e</sup> poging	2 <sup>e</sup> poging	3 <sup>e</sup> poging
<hr/>	<hr/>	<hr/>
<hr/>	<hr/>	<hr/>
<hr/>	<hr/>	<hr/>
<hr/>	<hr/>	<hr/>

## Opgave 16 (30 punten, rest 100 punten)

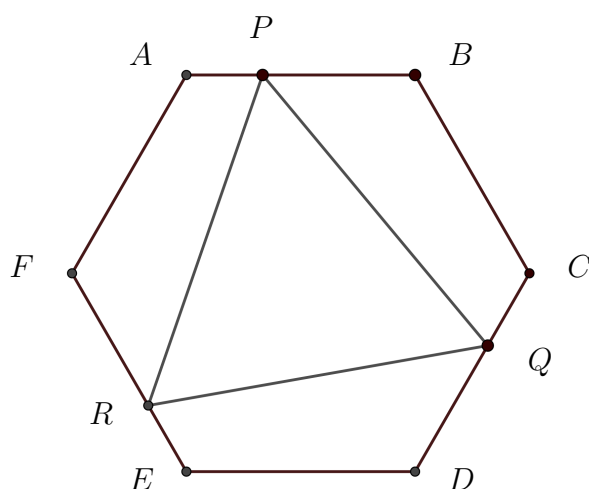
Gegeven zijn een regelmatige zeshoek  $ABCDEF$  zoals in de onderstaande figuur, een punt  $P$  op de zijde  $AB$ , een punt  $Q$  op de zijde  $CD$  en een punt  $R$  op de zijde  $EF$ , zodat  $2|AP| = |PB| = |QD| = |RF|$ .



Bepaal de verhouding van de oppervlakte van driehoek  $PQR$  en de oppervlakte van zeshoek  $ABCDEF$ .

## Opgave 16 (30 punten, rest 100 punten)

Gegeven zijn een regelmatige zeshoek  $ABCDEF$  zoals in de onderstaande figuur, een punt  $P$  op de zijde  $AB$ , een punt  $Q$  op de zijde  $CD$  en een punt  $R$  op de zijde  $EF$ , zodat  $2|AP| = |PB| = |QD| = |RF|$ .



Bepaal de verhouding van de oppervlakte van driehoek  $PQR$  en de oppervlakte van zeshoek  $ABCDEF$ .



## Opgave 17 (20 punten, rest 80 punten)

Laat  $p$  en  $A$  gehele getallen met  $1 \leq p \leq 100$  en  $1 \leq A \leq 10\,000$  zijn. Hoeveel combinaties zijn er zodat  $p\%$  van  $A$  gelijk is aan 2020?

1<sup>e</sup> poging

---

---

---

---

2<sup>e</sup> poging

---

---

---

---

## Opgave 17 (20 punten, rest 80 punten)

Laat  $p$  en  $A$  gehele getallen met  $1 \leq p \leq 100$  en  $1 \leq A \leq 10\,000$  zijn. Hoeveel combinaties zijn er zodat  $p\%$  van  $A$  gelijk is aan 2020?

## Opgave 17 (20 punten, rest 80 punten)

Laat  $p$  en  $A$  gehele getallen met  $1 \leq p \leq 100$  en  $1 \leq A \leq 10\,000$  zijn. Hoeveel combinaties zijn er zodat  $p\%$  van  $A$  gelijk is aan 2020?

## Opgave 18 (20 punten, rest 60 punten)

Er liggen negen munten in vierkantsformatie. Je mag willekeurig vaak een rij of een kolom omdraaien. Hoeveel verschillende patronen kunnen daarmee gemaakt worden?



1<sup>e</sup> poging

---

---

---

---

2<sup>e</sup> poging

---

---

---

---

## Opgave 18 (20 punten, rest 60 punten)

Er liggen negen munten in vierkantsformatie. Je mag willekeurig vaak een rij of een kolom omdraaien. Hoeveel verschillende patronen kunnen daarmee gemaakt worden?



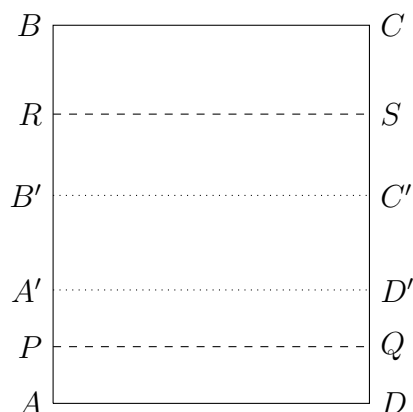
## Opgave 18 (20 punten, rest 60 punten)

Er liggen negen munten in vierkantsformatie. Je mag willekeurig vaak een rij of een kolom omdraaien. Hoeveel verschillende patronen kunnen daarmee gemaakt worden?



## Opgave 19 (30 punten, rest 30 punten)

Gegeven is een rechthoek  $ABCD$  met twee vouwlijnen  $PQ$  en  $RS$ . Na het vouwen komen de hoekpunten  $A$ ,  $B$ ,  $C$  en  $D$  respectievelijk op  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  en  $D'$  terecht en krijgen we een rechthoek  $PQRS$  die gelijkvormig is aan  $ABCD$  en die 64% van de oppervlakte van  $ABCD$  heeft.



*De afbeelding is niet in de juiste verhoudingen.*

Wat is de verhouding  $\frac{|AB|}{|BC|}$ ?

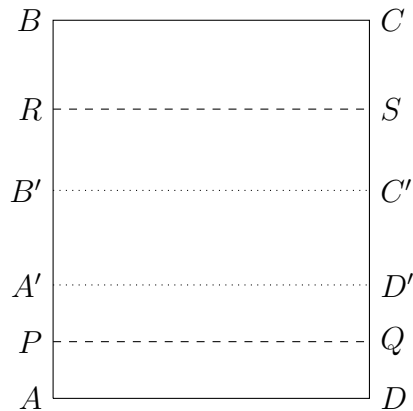
1 <sup>e</sup> poging

2 <sup>e</sup> poging

3 <sup>e</sup> poging

## Opgave 19 (30 punten, rest 30 punten)

Gegeven is een rechthoek  $ABCD$  met twee vouwlijnen  $PQ$  en  $RS$ . Na het vouwen komen de hoekpunten  $A$ ,  $B$ ,  $C$  en  $D$  respectievelijk op  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  en  $D'$  terecht en krijgen we een rechthoek  $PQRS$  die gelijkvormig is aan  $ABCD$  en die 64% van de oppervlakte van  $ABCD$  heeft.



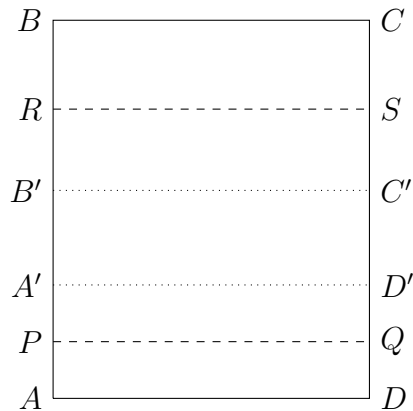
*De afbeelding is niet in de juiste verhoudingen.*

Wat is de verhouding  $\frac{|AB|}{|BC|}$ ?



## Opgave 19 (30 punten, rest 30 punten)

Gegeven is een rechthoek  $ABCD$  met twee vouwlijnen  $PQ$  en  $RS$ . Na het vouwen komen de hoekpunten  $A$ ,  $B$ ,  $C$  en  $D$  respectievelijk op  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  en  $D'$  terecht en krijgen we een rechthoek  $PQRS$  die gelijkvormig is aan  $ABCD$  en die 64% van de oppervlakte van  $ABCD$  heeft.

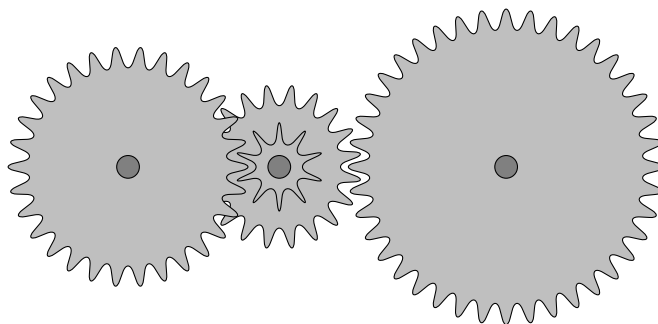


*De afbeelding is niet in de juiste verhoudingen.*

Wat is de verhouding  $\frac{|AB|}{|BC|}$ ?

## Opgave 20 (30 punten, rest 0 punten)

Met 4 tandwielen met respectievelijk 10, 20, 30 en 40 tanden, kun je een versnelling maken van  $\frac{3}{2}$ . Verdeel namelijk de vier tandwielen over drie assen, en maak twee tandwielovergangen, zoals hieronder is aangegeven, waarbij ● een as is. Dan draait de meest rechtse as  $\frac{3}{2}$  keer zo snel als de meest linkse as.



Wat is de kleinst mogelijke versnelling, strikt groter dan 1, die je met 6 tandwielen met respectievelijk 20, 30, 40, 50, 60 en 70 tanden kunt maken?

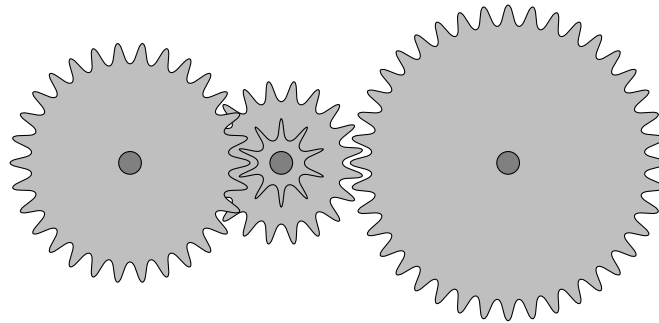
1 <sup>e</sup> poging
_____
_____
_____
_____

2 <sup>e</sup> poging
_____
_____
_____
_____

3 <sup>e</sup> poging
_____
_____
_____
_____

## Opgave 20 (30 punten, rest 0 punten)

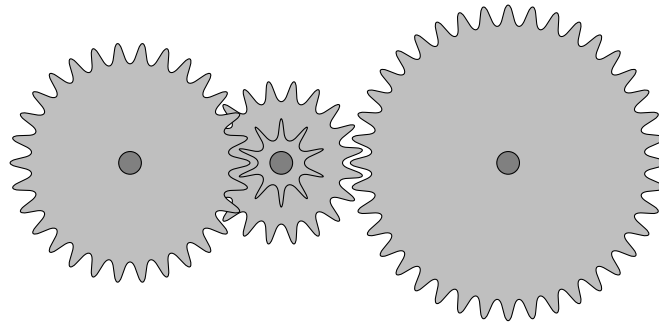
Met 4 tandwielen met respectievelijk 10, 20, 30 en 40 tanden, kun je een versnelling maken van  $\frac{3}{2}$ . Verdeel namelijk de vier tandwielen over drie assen, en maak twee tandwielovergangen, zoals hieronder is aangegeven, waarbij ● een as is. Dan draait de meest rechtse as  $\frac{3}{2}$  keer zo snel als de meest linkse as.



Wat is de kleinst mogelijke versnelling, strikt groter dan 1, die je met 6 tandwielen met respectievelijk 20, 30, 40, 50, 60 en 70 tanden kunt maken?

## Opgave 20 (30 punten, rest 0 punten)

Met 4 tandwielen met respectievelijk 10, 20, 30 en 40 tanden, kun je een versnelling maken van  $\frac{3}{2}$ . Verdeel namelijk de vier tandwielen over drie assen, en maak twee tandwielovergangen, zoals hieronder is aangegeven, waarbij ● een as is. Dan draait de meest rechtse as  $\frac{3}{2}$  keer zo snel als de meest linkse as.



Wat is de kleinst mogelijke versnelling, strikt groter dan 1, die je met 6 tandwielen met respectievelijk 20, 30, 40, 50, 60 en 70 tanden kunt maken?