

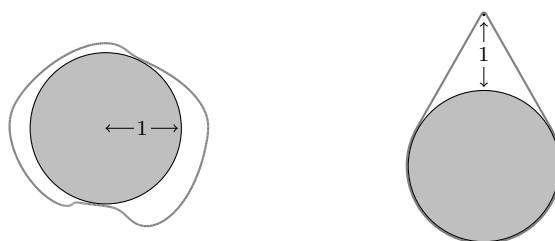
Opgave 1 (20 punten)

Arnoud is geboren tussen 1900 en 1980. Het getal dat wordt gevormd door de laatste twee cijfers van het geboortjaar van Arnoud is een kwadraat. Toen Arnoud in 2017 jarig was, bereikte hij een leeftijd die ook een kwadraat is.

Hoe oud is Arnoud?

Opgave 2 (30 punten)

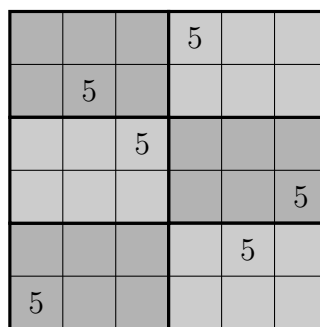
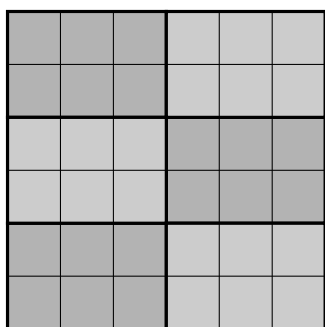
Een koord zit losjes om een wiel met straal 1. Het wiel wordt met het koord opgehangen aan een spijker. Hierdoor wordt het koord strakgetrokken. De afstand tussen de spijker en de bovenkant van het wiel is nu gelijk aan 1.



Hoe lang is het koord?

Opgave 3 (20 punten)

Een vierkant van 6 bij 6 hokjes is opgebouwd uit 6 rechthoeken van 3 bij 2 hokjes, zoals linksonder is aangegeven.

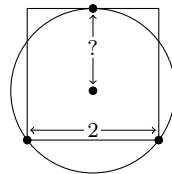


Rechtsboven staat in zo'n vierkant 6 keer het cijfer 5 volgens het *sudoku-principe*: het cijfer komt precies eenmaal voor in elke rij, elke kolom, en elk van bovengenoemde 6 rechthoeken.

Op hoeveel manieren kan er 6 keer het cijfer 5 staan volgens het sudoku-principe in een vierkant zoals linksboven?

Opgave 4 (20 punten)

Gegeven is een vierkant met zijde 2. Door precies twee hoekpunten van dit vierkant gaat een cirkel. De cirkel gaat bovendien door het midden van een zijde van het vierkant. Deze zijde ligt tegenover bovengenoemde hoekpunten.



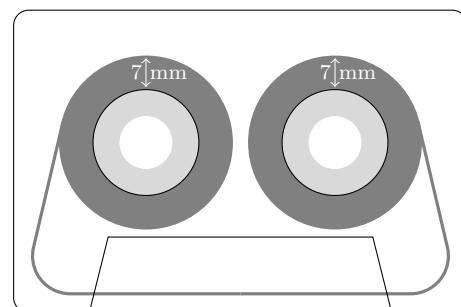
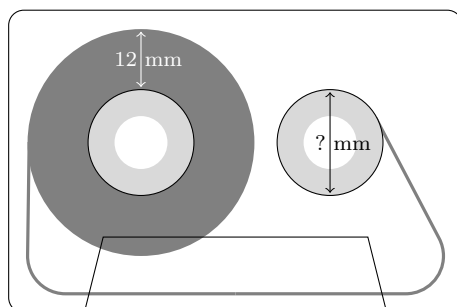
Wat is de straal van de cirkel?

Opgave 5 (30 punten)

Een cassettebandje is bij het begin van kant A.



Alle band zit op de linker spoel. De band zit daar met een dikte van 12 mm.



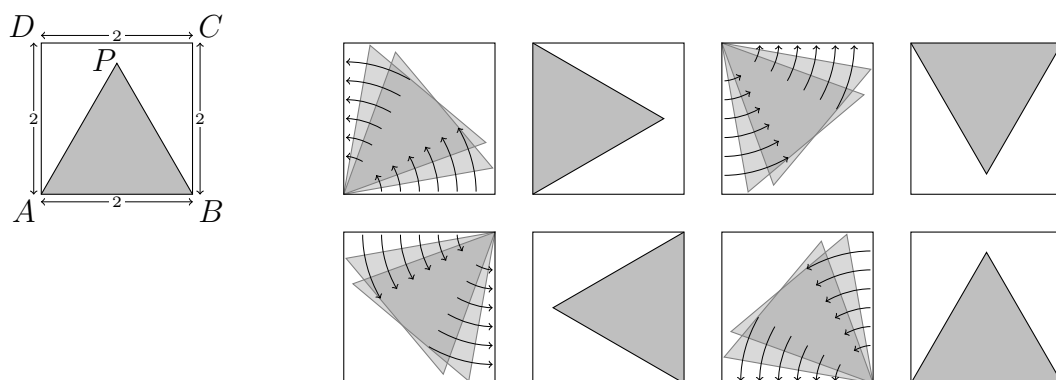
Als het cassettebandje halverwege is bij het afspelen van kant A, zit de band 7 mm dik op beide spoelen.

Wat is de diameter van een spoel (in mm)?

[De variatie in lengte van het bandgedeelte dat niet op een spoel ligt, is verwaarloosbaar.]

Opgave 6 (20 punten)

In een vierkant $ABCD$ met zijden van lengte 2, staat een gelijkzijdige driehoek. De zijde tegenover hoekpunt P van die driehoek valt samen met zijde AB van het vierkant.



De driehoek wordt naar links gekanteld, totdat hij tegen zijde DA van het vierkant aanligt. Vervolgens wordt de driehoek naar boven gekanteld, totdat hij tegen zijde CD van het vierkant aanligt. Daarna wordt de driehoek naar rechts gekanteld, totdat hij tegen zijde BC van het vierkant aanligt. Tot slot wordt de driehoek naar beneden gekanteld, totdat hij weer tegen zijde AB van het vierkant aanligt.

Hoe lang is de weg die het punt P van de driehoek aflegt tijdens dit kantelen?

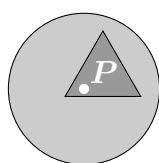
Opgave 7 (30 punten)

a en b stellen cijfers voor, zó dat het product van de getallen $ab5$ en $ab6$ eindigt op drie nullen.

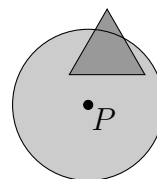
Wat is het getal ab ?

Opgave 8 (20 punten)

Gegeven is een gelijkzijdige driehoek met zijde 1. Een punt P is een *radarpunt* als de cirkel met straal 1 om P de gelijkzijdige driehoek bevat, en anders niet.



P is een radarpunt



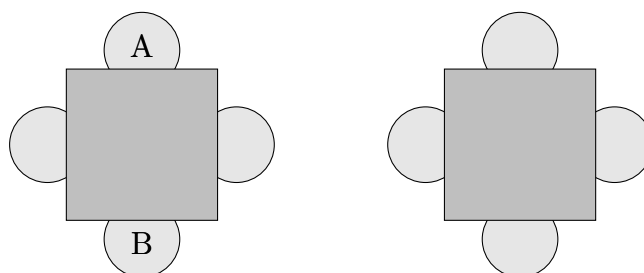
P is geen radarpunt

R is het gebied van alle radarpunten P .

Wat is de omtrek van R ?

Opgave 9 (30 punten)

Acht personen spelen bridge, vier echtparen: Aa, Bb, Cc, Dd. Ze zitten aan twee tafels van vier.



- A zit tegenover B.
- de rechterbuur van B is getrouwd met de rechterbuur van C.
- de linkerbuur van b is getrouwd met de linkerbuur van c.
- c zit *niet* tegenover d.

Twee spelers die tegenover elkaar zitten, vormen een *bridgepaar*. Dus AB is een bridgepaar.

Wat zijn de vier bridgeparen?

Opgave 10 (20 punten)

We bekijken de rechthoeken waarvan de oppervlakte en de omtrek gehele getallen zijn, en de oppervlakte minstens 37.



Wat is de kleinst mogelijke omtrek van zo'n rechthoek?

Opgave 11 (30 punten)

Voor een set matroesjka's geldt, dat je van elk tweetal de kleinste in de grootste kunt stoppen.



Sarah heeft een set van 7 matroesjka's. Deze zet ze naast elkaar op tafel. Vervolgens doet ze het volgende spel.

Eerst pakt ze twee matroesjka's van tafel. Ze stopt de kleinste van de twee in de grootste van de twee, en legt het resultaat op haar schoot.

Vervolgens herhaalt ze het volgende, todat ze de grootste van de 7 matroesjka's met inhoud op haar schoot heeft:

- Ze pakt een matroesjka van tafel die groter is dan de matroesjka met inhoud die op haar schoot ligt;
- Ze stopt de matroesjka met inhoud die op haar schoot ligt in de zojuist gepakte matroesjka, en legt het resultaat op haar schoot.

Na het spel blijven er 0 of meer matroesjka's achter op tafel.

Hoeveel mogelijkheden zijn er voor de collectie van matroesjka's op Sarah's schoot aan het einde van het spel?

Opgave 12 (20 punten)

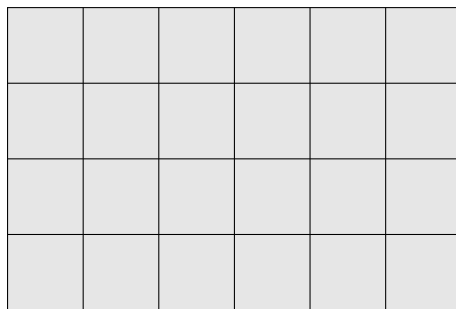
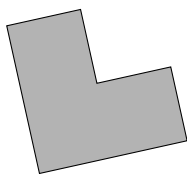
Gegeven is het volgende stelsel vergelijkingen over de reële getallen, met variabelen x , y en z .

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2 - y} &= z - 1, \\ \sqrt{y^2 - z} &= x - 1, \\ \sqrt{z^2 - x} &= y - 1.\end{aligned}$$

Welke waarden kan x aannemen in oplossingen van dit stelsel?

Opgave 13 (30 punten)

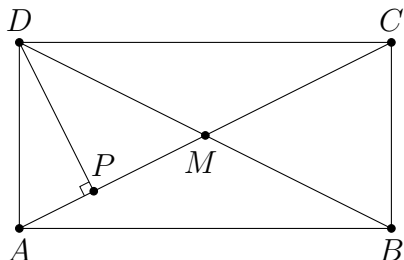
We hebben een rechthoek van 4 bij 6. Deze betegelen we met stenen met oppervlakte 3, van de volgende vorm.



Op hoeveel manieren kan dat?

Opgave 14 (20 punten)

Gegeven is een rechthoek $ABCD$. M is het snijpunt van AC en BD . DP is de loodlijn vanuit D op AC .



De lengte van DP is 4 en de lengte van PM is 3.

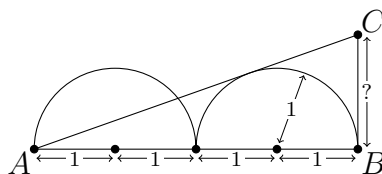
Wat is de oppervlakte van rechthoek $ABCD$?

Opgave 15 (30 punten)

Hoeveel jaartallen tussen 2017 en 3000 zijn veelvoud van het correcte antwoord op deze vraag?

Opgave 16 (20 punten)

Driehoek ABC is een rechthoekige driehoek, met een rechte hoek te B . De lengte van AB is 4. Dus we kunnen AB bedekken met twee cirkels waarvan de straal gelijk aan 1 is.



AC raakt aan een van die cirkels.

Hoe lang is BC ?

Opgave 17 (30 punten)

Het getal

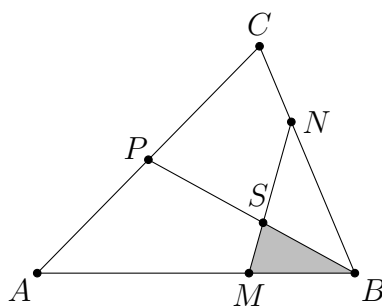
$$17! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17$$

bestaat uit 15 cijfers. Het getal dat gevormd wordt door het 8^e tot en met het 11^e cijfer van 17! is 2809.

Welk getal wordt gevormd door het 12^e tot en met het 15^e cijfer van 17!?

Opgave 18 (30 punten)

Gegeven is een driehoek ABC met oppervlakte 1. Verder is P het midden van zijde AC , is M het punt op zijde AB dat tweemaal zo ver van A ligt als van B , en is N het punt op zijde BC dat tweemaal zo ver van B ligt als van C .

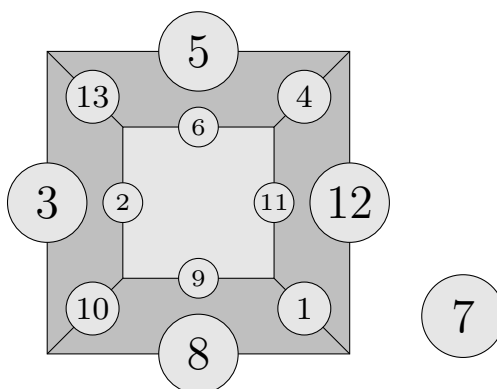


Noem het snijpunt van lijnstuk MN met lijnstuk BP S .

Wat is de oppervlakte van driehoek BMS ?

Opgave 19 (20 punten)

Op de 12 ribben van een kubus worden verschillende getallen gezet, van 1 tot en met 13. Dit gebeurt op zodanige wijze, dat de som van de getallen van de 3 ribben die bij een hoekpunt samenkomen telkens hetzelfde is. Een van de getallen blijft over.



In bovenstaand voorbeeld is de som van de getallen van de 3 ribben die bij een hoekpunt samenkomen telkens 21. Verder is 7 het getal dat overblijft.

We zetten nu op de 12 ribben van een andere kubus ook weer verschillende getallen van 1 tot met 13 neer, zó dat de som van de getallen van de 3 ribben die bij een hoekpunt samenkomen opnieuw steeds telkens hetzelfde is. Er blijft dit keer een getal over dat kleiner is dan 7.

Welk getal?

Opgave 20 (30 punten)

Iemand kiest een aantal getallen uit

$$1, 2, 3, \dots, 15$$

en zet die in een rijtje, zó dat:

- geen getal meer dan een keer voorkomt;
- van elk opeenvolgend tweetal getallen is het eerste getal ofwel een deler ofwel een veelvoud van het tweede getal (en het tweede dus ook van het eerste).

Voorbeeld: 1, 8, 2, 4, 12.

*Wat is de maximale **som** van zo'n rijtje?*

$$[1 + 2 + 3 + \dots + 15 = 120]$$