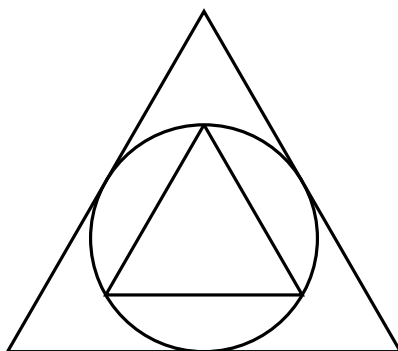


Opgave 1 (20 punten)

De omgeschreven cirkel van een gelijkzijdige driehoek valt samen met de ingeschreven cirkel van een grotere gelijkzijdige driehoek.



Wat is de oppervlakte van de grotere driehoek als de eerste driehoek oppervlakte 1 heeft?

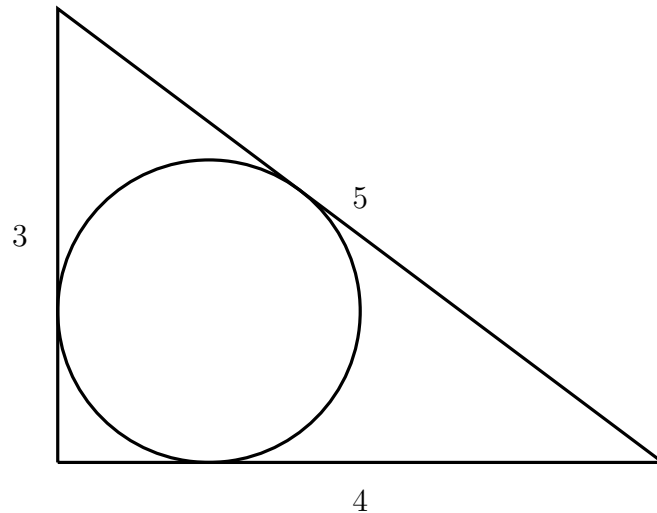
Opgave 2 (20 punten)

Hoeveel getallen met vier cijfers bestaan er waarvoor de som van cijfers gelijk is aan 14 en het product van de cijfers gelijk is aan 36?

Opgave 3 (20 punten)

In een rechthoekige driehoek met zijden 3, 4 en 5 beschouwen we de ingeschreven cirkel.

Wat is de oppervlakte van de bijhorende schijf?



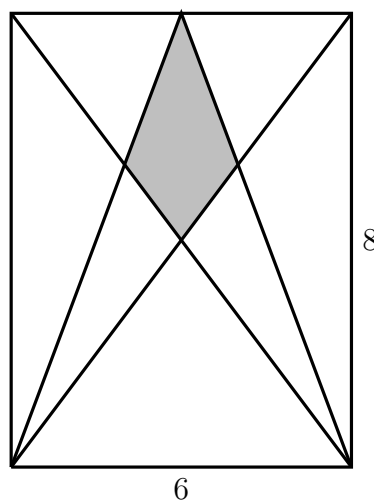
Opgave 4 (30 punten)

Honderd lampen zijn genummerd van 1 tot 100. Eerst doe je alle lampen aan. Vervolgens doe je alle lampen met een even nummer uit. Daarna verander je de toestand van alle lampen waarvan het nummer een veelvoud van 3 is. Zo gaan een aantal lampen terug uit terwijl andere lampen terug aan gaan. Dan verander je de toestand van alle lampen waarvan het nummer een veelvoud van 4 is. Je herhaalt dit proces tot je uiteindelijk de toestand verandert van alle lampen waarvan het nummer een veelvoud van 100 is. (Dat is uiteraard maar één lamp.)

Hoeveel lampen branden na het uitvoeren van dit proces?

Opgave 5 (20 punten)

In de onderstaande figuur zie je een rechthoek met zijden 6 en 8. Het grijze gebied is een vlieger, die begrensd wordt door de twee diagonalen en door twee lijnstukken die elk één van de onderste hoekpunten verbinden met het midden van de bovenste zijde.



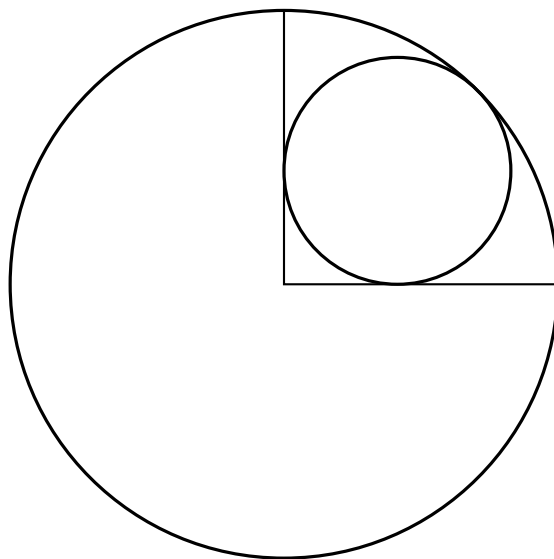
Hoeveel bedraagt de oppervlakte van de vlieger?

Opgave 6 (20 punten)

Hoeveel is de rest bij deling van $\underbrace{333 \dots 333}_{2024 \text{ cijfers}}$ door 7?

Opgave 7 (20 punten)

In een kwart van een grote schijf tekenen we een zo groot mogelijke kleinere schijf, zoals in de figuur hieronder. Het verschil tussen de oppervlaktes van de schijven is π .



Wat is de straal van de grote schijf?

Geef je antwoord in de vorm $\sqrt{\frac{a+\sqrt{b}}{c}}$, met a , b en c gehele getallen en b kwadraatvrij.

Opgave 8 (20 punten)

Het volgende rationaal getal heeft een periode van lengte 6, die uit 6 verschillende cijfers bestaat:

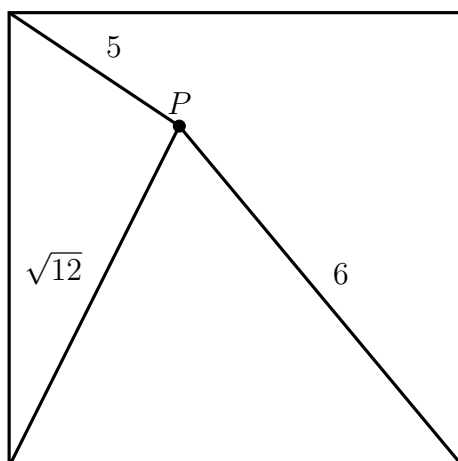
$$\frac{15}{7} = 2, \underbrace{142857}_{\text{periode}} 142857142857 \dots$$

Wat is het grootste rationaal getal kleiner dan 1 met deze eigenschap?

Geef je antwoord in de vorm van een onvereenvoudigbare breuk.

Opgave 9 (20 punten)

In een vierkant is de afstand tussen het punt P en drie hoekpunten gelijk aan respectievelijk 5, 6 en $\sqrt{12}$.



Hoeveel bedraagt de afstand tussen P en het vierde hoekpunt?

Opgave 10 (30 punten)

Tess en Claudia kiezen elk een natuurlijk getal groter dan of gelijk aan 1 en kleiner dan of gelijk aan 30. Ze weten dat beide getallen aan deze voorwaarden voldoen, maar kennen elkaars getal niet. Vervolgens hebben ze een kort gesprek.

Tess: “Is jouw getal het dubbele van mijn getal?”

Claudia: “Dat weet ik niet. Is jouw getal het dubbele van mijn getal?”

Tess: “Dat weet ik niet. Is jouw getal de helft van mijn getal?”

Claudia: “Dat weet ik niet. Is jouw getal de helft van mijn getal?”

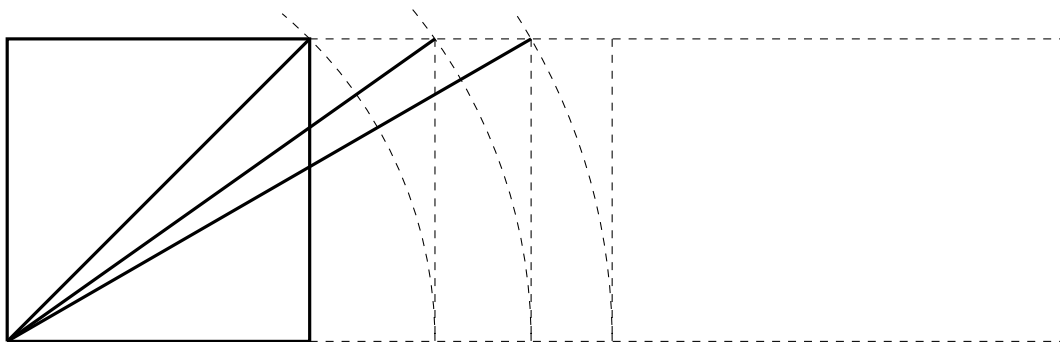
Tess: “Dat weet ik niet”.

Wat is het getal van Tess?

Opmerking: Tess en Claudia zijn erg slim. Als ze zeggen dat ze iets niet weten, dan betekent dit dat ze het onmogelijk met zekerheid kunnen afleiden uit de informatie waarover ze op dat moment beschikken.

Opgave 11 (20 punten)

In een vierkant met zijde 1 tekenen we de diagonaal. Vervolgens vergroten we het vierkant tot een rechthoek met basis gelijk aan de lengte van deze diagonaal en hoogte 1. We herhalen dit proces door de diagonaal in de verkregen rechthoek te gebruiken als basis voor een nieuwe rechthoek.



Wat is de lengte van de 899e diagonaal in dit proces?

Opgave 12 (20 punten)

De cijfers op een digitale klok worden gevormd door zeven al dan niet opgelichte segmenten.



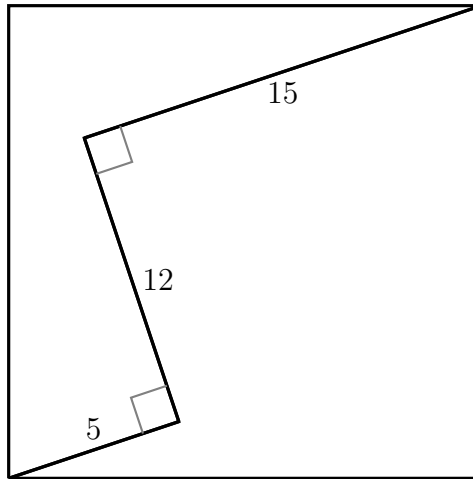
Stel dat het laten oplichten van een segment 1 eurocent kost en het doven van een segment gratis is. Dan zijn er bijvoorbeeld geen kosten voor het veranderen van de tijd van 7:00 naar 7:01, maar de verandering van 7:01 naar 7:02 kost 4 eurocent.

Hoeveel bedragen de kosten voor alle veranderingen van 7:00 tot en met 8:00?

Opgave 13 (30 punten)

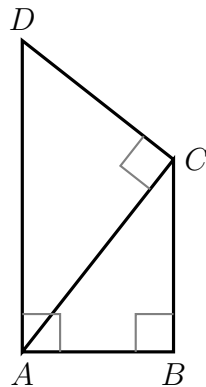
In het onderstaande vierkant worden twee hoekpunten verbonden door een pad bestaande uit drie lijnstukken van lengte 5, 12 en 15 en twee rechte hoeken.

Wat is de oppervlakte van het vierkant?



Opgave 14 (30 punten)

In de figuur hieronder zie je twee rechthoekige driehoeken met gemeenschappelijke zijde $[AC]$, zodat $|BC| = |CD|$. Ze zijn zodanig geplaatst dat de hoek $\angle BAD$ recht is.



Wat is de lengte $|BC| = |CD|$?

Geef je antwoord in de vorm $\sqrt{\frac{a+\sqrt{b}}{c}}$, met a , b en c gehele getallen en b kwadraatvrij.

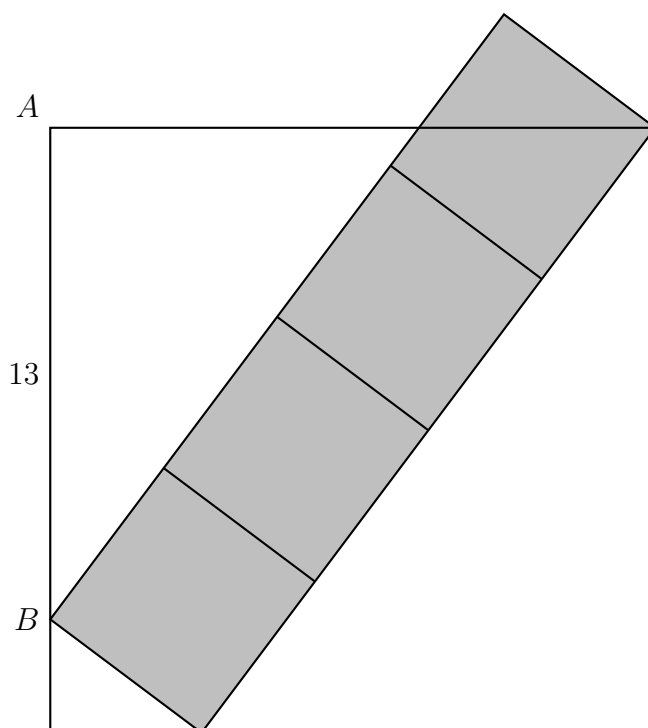
Opgave 15 (30 punten)

Bob en zijn vrouw An geven een feest en nodigen 12 andere koppels uit. Tijdens het feest schudt elke aanwezige de hand met elke andere aanwezige die hij of zij voor het eerst ontmoet. Op het einde van het feest vraagt Bob aan iedereen, inclusief An, hoeveel personen hij of zij de hand heeft geschud. Verrassend genoeg geeft iedereen een verschillend antwoord!

Hoeveel verschillende personen heeft An de hand geschud tijdens het feest?

Opgave 16 (30 punten)

We plaatsen vier kleine vierkanten in een groter vierkant zoals in onderstaande figuur. Er geldt $|AB| = 13$.



Hoeveel bedraagt de oppervlakte van de vier kleine vierkanten samen?

Opgave 17 (30 punten)

Leg 2024 gewone zeszijdige dobbelstenen (waarbij de som van de ogen op tegenover elkaar liggende zijden altijd gelijk is aan 7) op een rij tegen elkaar op de grond en tel het aantal zichtbare ogen. Noteer met A het grootst mogelijke aantal zichtbare ogen en met a het kleinst mogelijke aantal zichtbare ogen.

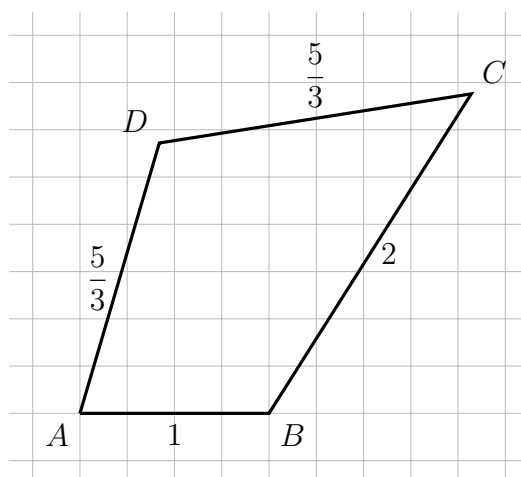
Hoeveel is $A - a$?

Opgave 18 (30 punten)

De vierhoek $ABCD$ heeft hoekpunten

$$A = (0, 0), \quad B = (1, 0), \quad C = (x, y) \quad \text{en} \quad D = (u, v).$$

Bovendien is $|AB| = 1$, $|BC| = 2$ en $|CD| = |DA| = \frac{5}{3}$.



Hoeveel is $xu - x + yv$?

Geef je antwoord in de vorm van een onvereenvoudigbare breuk.

Opgave 19 (30 punten)

In het Hilbert Hotel zijn er oneindig veel verdiepingen en oneindig veel kamers per verdieping. We nummeren de verdiepingen en kamers van 1 tot oneindig. Eerst is het hotel leeg, maar dan arriveert er een bus met oneindig veel gasten, ook genummerd van 1 tot oneindig. Alle gasten krijgen een kamer toegewezen op de volgende manier.

- Eerst krijgt gast 1 een kamer, dan gast 2, enzoverder.
- Elke gast krijgt een kamer toegewezen op een zo laag mogelijke verdieping.
- Een gast met nummer g mag toegewezen worden aan een verdieping met nummer v als er op verdieping v nog geen enkele gast een kamer heeft toegewezen gekregen **of** als $v + g$ een kwadraat is.
- Zodra een gast aan een verdieping is toegewezen, neemt hij of zij de eerste vrije kamer. Dat is de kamer met het laagst mogelijke nummer.

Zo zal gast 1 bijvoorbeeld op verdieping 1 in kamer 1 logeren. Gast 2 mag niet naar verdieping 1 omdat daar al iemand logeert en $1 + 2 = 3$ geen kwadraat is. De gast wordt daarom toegewezen aan verdieping 2, kamer 1. Aangezien $3 + 1 = 2^2$, gaat gast 3 naar verdieping 1, kamer 2.

Wat is het nummer van de gast die op verdieping 20 in kamer 24 zal logeren?

Opgave 20 (30 punten)

De broers Thomas en Vincent wonen 100 kilometer van elkaar. Hun moeder heeft 300 wafels voor hen gebakken en die afgeleverd bij Vincent. Thomas vraagt aan Vincent om zo veel mogelijk wafels naar hem te brengen. Vincent geeft aan dat hij maximaal 100

wafels kan meenemen in zijn rugzak en dat hij 1 wafel moet opeten per kilometer dat hij reist, anders heeft hij geen energie meer om te bewegen.

Het is duidelijk dat als Vincent met een volle rugzak vertrekt en rechtstreeks naar Thomas gaat, hij met een lege rugzak zal toekomen. Vincent kan echter ook heen en weer lopen en wafels aan de kant van de weg achterlaten om die eventueel later terug op te pikken.

Hoeveel volledige wafels kan Vincent maximaal naar Thomas brengen?