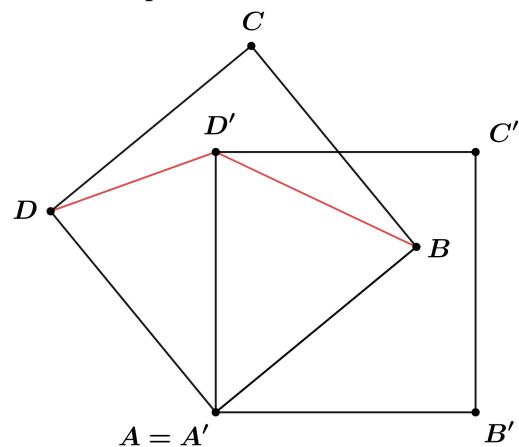
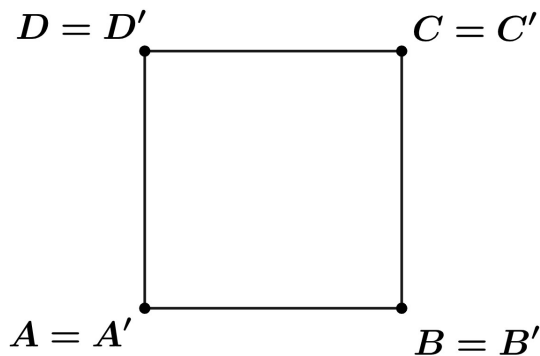


## Opgave 1 (20 punten)

Twee vierkanten liggen precies boven op elkaar. Het bovenste vierkant wordt rondom hoek  $A$  tegen de klok in gedraaid, zodat bij  $D'$  een stompe hoek ontstaat.



Hoe groot is de hoek  $\angle DD'B$ ?

## Opgave 2 (30 punten)

We hebben een getal van de vorm  $q = p(p + 3) - 1$ , waarbij  $p$  een priemgetal is. Welke priemgetallen zijn van de vorm  $q$ ?

## Opgave 3 (20 punten)

We hebben een 5x5 schaakbord, met kolommen A–E en rijen 1–5. In het schaakspel mag een dame bewegen in verticaal, horizontaal of diagonaal bewegen. Op de velden B2 en D1 staan dames, en we willen nog drie dames op het bord plaatsen, geen van de dames een ander kan slaan. Op welke drie velden moet een dame komen te staan?

## Opgave 4 (30 punten)

De standaard afmeting van een voetbalveld is 105 bij 68 meter. Hoeveel mensen passen er op dat veld, als iedereen minstens anderhalve meter afstand tot alle anderen houdt?

## Opgave 5 (20 punten)

We hebben 5 getallen in een rij. Als een getal twee burens heeft, dan is het getal gelijk aan de som van de twee burens. Daarnaast weten we dat de som van de 5 getallen gelijk is aan 237.

Wat is de waarde van het middelste getal?

## Opgave 6 (30 punten)

Een lerares wiskunde zet alle 23 leerlingen van haar klas een hoedje op. De leerlingen kunnen hun eigen hoedjes niet zien, maar wel die van alle andere leerlingen. De bedoeling is dat ze zo snel mogelijk met zekerheid de kleur van hun eigen hoedje kunnen zeggen, zonder met elkaar te communiceren. De lerares heeft hen niet verteld welke –of zelfs hoeveel verschillende– kleuren hoedjes er in het spel zijn, maar wel dat iedereen door logisch nadenken de kleur van zijn of haar hoedje kan ontdekken. Het spel verloopt als volgt: elke minuut klinkt er een belseinnaal en dan mogen de leerlingen die de kleur van hun hoedje kennen die zeggen. Dit is wat er gebeurt:

- bij het eerste belseinnaal zeggen 4 leerlingen de kleur van hun hoedje,
- bij het tweede belseinnaal zeggen 3 leerlingen de kleur van hun hoedje,
- bij het derde belseinnaal zegt niemand de kleur van zijn of haar hoedje,
- bij het vierde belseinnaal zeggen opnieuw een aantal leerlingen de kleur van hun hoedje. Hun hoedjes hebben niet allemaal dezelfde kleur.

Hoeveel leerlingen zullen bij het vijfde belseinnaal de kleur van hun hoedje zeggen? Je mag aannemen dat alle leerlingen heel erg slim zijn en het spel dan ook perfect spelen.

## Opgave 7 (20 punten)

Een rooster in het vlak wordt *gecompleteerd* door voor elk vierkant met hoekpunten uit het rooster, dat verder geen roosterpunten bevat, het middelpunt van dat vierkant toe te voegen aan het rooster.

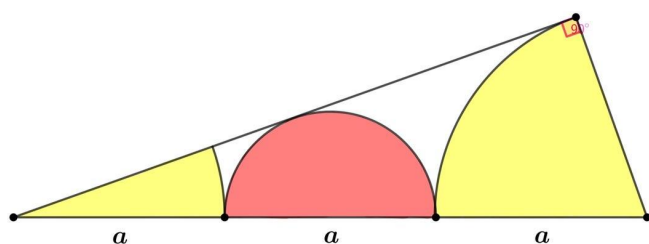
We bekijken een kwadratisch rooster  $R$  met  $10 \times 10$  roosterpunten. We completeren  $R$  tot een rooster  $R'$ , en completeren dan  $R'$  tot een rooster  $R''$ . Hoeveel roosterpunten heeft  $R''$ ?

## Opgave 8 (30 punten)

Het koekiemonster heeft 15 koektrommels, waar 1,2,... 15 koekjes inzitten. Hij mag elke keer een willekeurig aantal trommels uitkiezen, en dan uit elk van die gekozen trommels hetzelfde aantal koekjes pakken. Dat noemen we een ronde. Hoeveel ronden heeft het koekiemonster minstens nodig om al koektrommels leeg te maken?

### Opgave 9 (20 punten)

De gele gebieden hebben samen oppervlakte 64. Hoe groot is de oppervlakte van de rode halve cirkelschijf?



### Opgave 10 (30 punten)

Wat is de som van de reële oplossingen van

$$\left(x + \frac{1}{4}\right) \left(x + \frac{1}{2}\right) \left(x + \frac{3}{4}\right) (x + 1) = \frac{45}{32} \quad ?$$

### Opgave 11 (20 punten)

In Galaxia zijn er maar twee soorten munten, een van 3 centaury en een van 23 centaury. Wat is het grootste bedrag, dat niet met deze munten betaald kan worden?

### Opgave 12 (30 punten)

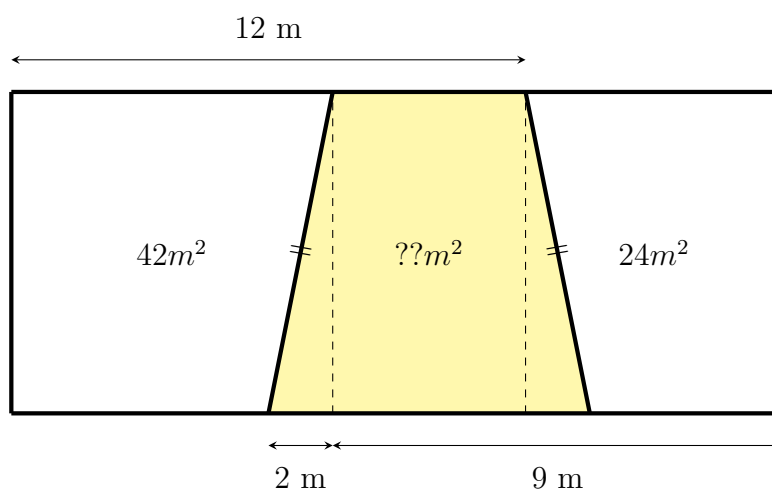
Bekijk een vierkant met zijden  $a, b, c, d$  van lengte 1. Hoe lang is de kortste weg die, vanuit het middelpunt van het vierkant, alle vier de zijden raakt en weer terug keert in het midden?

### Opgave 13 (20 punten)

Hoeveel geordende paren strikt positieve gehele getallen  $(a, b)$  bestaan er zodat de som van de grootste gemene deler van  $a$  en  $b$  en het kleinste gemeen veelvoud van  $a$  en  $b$  gelijk is aan 2021?

### Opgave 14 (30 punten)

Gegeven is het volgende figuur.



Wat is de oppervlakte van het gele gebied (in  $m^2$ )?

### Opgave 15 (20 punten)

Op een kantoor werken zes mensen:  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  en  $F$ . Ze hebben verschillende werktijden, namelijk

12–2,  
12–1 en 2–3,  
1–5,  
2–4,  
3–6,  
5–6.

Verder geldt het volgende.

- I Op elk moment tussen 12 en 6 uur is minstens een van de personen  $A$ ,  $B$  en  $C$  aanwezig.
- II  $A$  werkt langer dan  $B$ ;  $B$  werkt langer dan  $C$ .
- III  $B$  en  $F$  zien elkaar wanneer de een weggaat en de ander aankomt, en anders niet.
- IV  $E$  begint eerder dan  $B$ .

Wie heeft welke werktijden? Geef je antwoord als een reeks van de zes letters  $A$ – $F$

### Opgave 16 (30 punten)

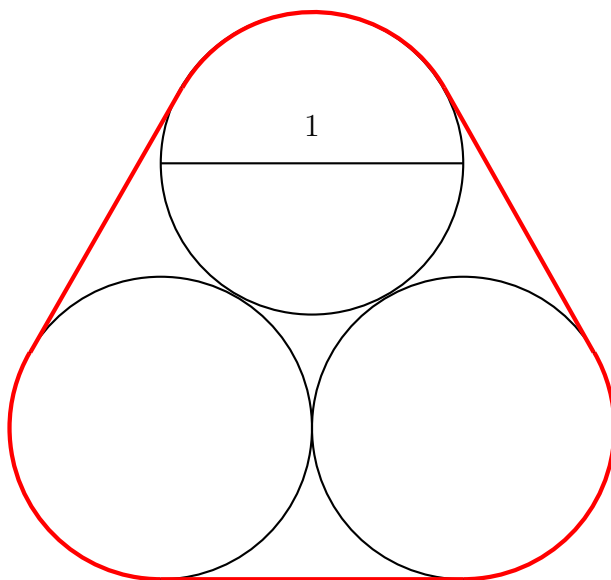
In het schaakspel maakt een paard L-vormige zetten: twee vakjes in een richting (horizontaal of verticaal) of dan nog één in een richting loodrecht daarop. Nu heeft ons paard zijn been bezeerd en strompelt hij. Daardoor maakt hij afwisselend een normale paardzet

en een kortere zet. Bij zo een kortere zet gaat hij van zijn startveld naar een veld dat er diagonaal aan grenst.

Ons schaakbord heeft grootte  $5 \times 6$  en het geblesseerde paard begint met een normale paardzet. Hoeveel zetten kan hij maximaal doen, voordat hij terugkomt op een veld waar hij al eerder is geweest?

### Opgave 17 (20 punten)

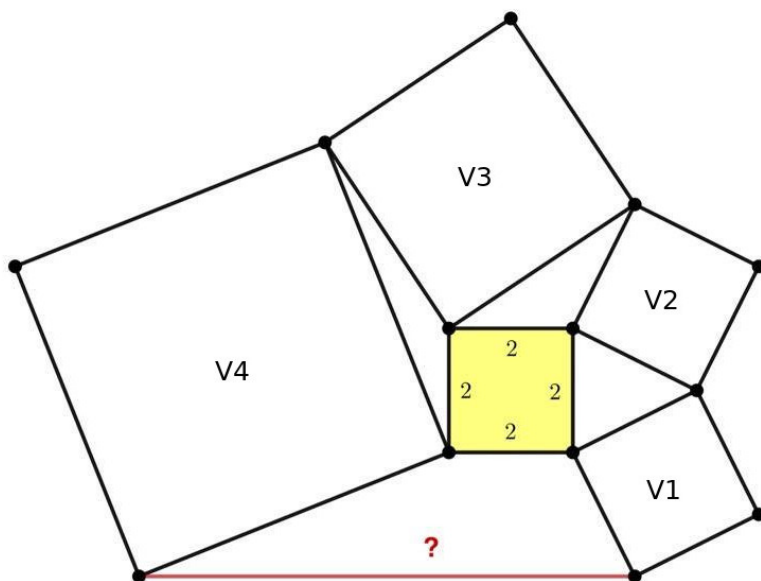
We hebben 3 even grote cirkels met diameter 1. Om deze cirkels trekken we een rode draad.



Wat is de lengte van de rode draad?

### Opgave 18 (30 punten)

Neem een vierkant met zijden van lengte 2, en plaats een ander vierkant V1 rechts daaronder, zodat deze twee vierkanten één hoekpunt delen. Vorm met twee andere hoekpunten het volgende vierkant V2, zoals in de tekening hieronder. Net zo vormen we uit V2 en het gele vierkant en nieuw vierkant V3, en daaruit weer V4. Hoe lang is het rode lijnstuk in de tekening?



### Opgave 19 (20 punten)

Een rechthoek heeft oppervlakte  $A$  met lengte  $l$  en breedte  $b$ . Van deze rechthoek maken we de lengte 10% langer en de breedte  $p\%$  korter. De totale oppervlakte neemt af met 12%.

Wat is de waarde van  $p$ ?

### Opgave 20 (30 punten)

We hebben tien kaartjes met daarop afbeeldingen. Neem je willekeurig een stel kaartjes en leg die naast elkaar, dan zie je een landschap. Bijvoorbeeld met zeven van de tien kaartjes:



We spreken af dat een landschap uit ten minste twee kaartjes moet bestaan. Dan kan berekend worden dat er 9864090 landschappen gelegd kunnen worden.

*Hoeveel landschappen zijn er nog mogelijk, als een van de tien kaartjes zoek is geraakt?*