

---

---

**WISKUNDE-ESTAFETTE RU 2005**

**60 Minuten voor 20 opgaven.**

**Het totaal aantal te behalen punten is 530**

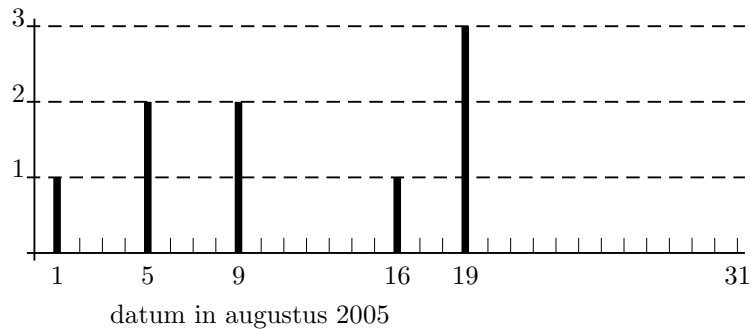
---

---

**1** (20 punten)

**De herhaling.**

De intensiteit van een zeker kosmisch verschijnsel kan alleen gemeten worden wanneer de weersomstandigheden gunstig zijn. De afgelopen maand is dat vijf keer voorgekomen. Zie hieronder de resultaten.

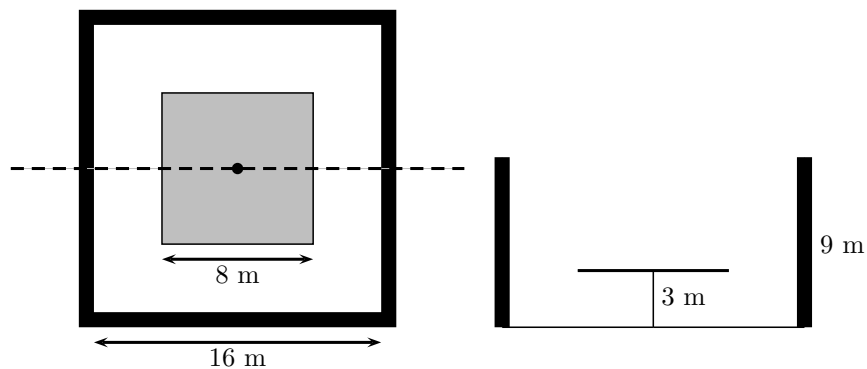


Er is een theorie die voorspelt dat het patroon zich elke  $p$  dagen herhaalt, voor zekere  $p$ . *Wat is de kleinste  $p$  waarvoor de theorie in overeenstemming kan zijn met de waarnemingen?*

**2** (20 punten)

**De schaduw.**

Midden in een vierkante binnenplaats bevindt zich een vierkante parasol. De muren rond de binnenplaats zijn 9 meter hoog. De richting van elke muur is oost-west of noord-zuid. Hieronder vind je een bovenaanzicht en een dwarsdoorsnede.



Op een dag passeert de zon 's middags recht boven de parasol; de projectie van de zonnebaan is in het bovenaanzicht gestippeld; die loopt in oost-westelijke richting. De afmetingen staan in de figuur.

*Wat is de oppervlakte van het gebied dat op geen enkel moment van de dag door de zon wordt beschenen (in  $\text{m}^2$ )?*

**3** (20 punten)

**De kubus.**

Op een tafel is uit duizend kubusjes met ribben van 1 cm een kubus met ribben van 1 dm gebouwd.

*Hoeveel van de kleine kubusjes zijn zichtbaar?*

(Je kunt niet door het tafelblad heen kijken.)

**4** (30 punten)

**De toiletrol.**

Een rol toiletpapier bestaat uit 250 vellen, elk 11 cm lang. De diameter van de hele rol is 10 cm. De diameter van de kartonnen cilinder waar het papier omheen gewikkeld is, bedraagt 4 cm.

*Hoeveel wikkelingen zitten er op de rol? Geef een geheel getal.*

De gegevens zijn benaderingen. Je mag dan ook, als je wilt,  $\pi$  benaderen door  $\frac{22}{7}$ , en je antwoord mag 5% naast de werkelijkheid zijn.

**5** (30 punten)

**De tweemacht.**

We schrijven  $2^{2005}$  uit in de decimale schrijfwijze.

*Wat is het laatste cijfer?*

**6** (30 punten)

**Kwadraten.**

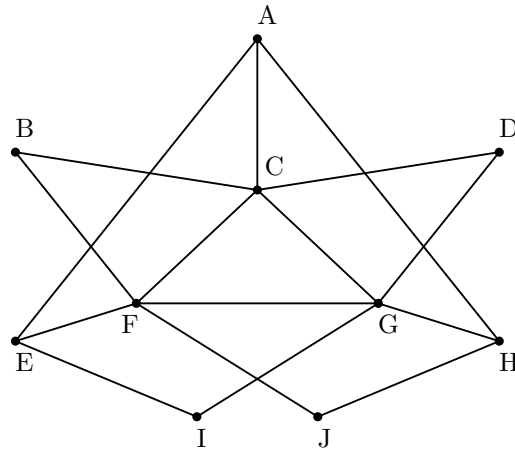
*Hoeveel positieve gehele getallen kleiner dan 1000 zijn te schrijven als het verschil van twee kwadraten?*

(Met het woord 'kwadraat' bedoelen we het kwadraat van een geheel getal.)

**7** (30 punten)

**De treinreis.**

Tien steden zijn verbonden door een net van spoorlijnen zoals in de tekening aangeduid.



Iemand heeft een dagkaart waarmee hij vandaag onbeperkt kan reizen, en wil, beginnend en eindigend te  $A$ , een tocht maken die elke andere stad één keer aandoet.

*Uit hoeveel routes kan hij kiezen?*

Je kunt uiteraard niet halverwege een rit van trein veranderen. Je kunt dus bijvoorbeeld niet van  $D$  naar  $H$  reizen zonder een andere stad aan te doen. Een route heeft een richting: Nijmegen-Utrecht-'s Hertogenbosch-Nijmegen is een andere route dan Nijmegen-'s Hertogenbosch-Utrecht-Nijmegen.

**8** (30 punten)

**Machten.**

Met een 'tweemacht' bedoelen we een getal van de vorm  $2^a$  waarbij  $a$  een positief geheel getal is. Met een 'derdemacht' bedoelen we een getal van de vorm  $b^3$  waarbij  $b$  een positief geheel getal is.

*Hoeveel getallen kleiner dan  $2^{30}$  zijn tweemacht of derdemacht (eventueel allebei)?*

**9** (30 punten)

**Langer en langer.**

We bekijken woorden gevormd uit de drie letters  $a$ ,  $b$  en  $c$ . Uit een woord maken we een nieuw woord door (tegelijk) elke  $a$  door  $ab$ , elke  $b$  door  $c$ , en elke  $c$  door  $a$  te vervangen. De eerste generatie wordt gevormd door het 1-letter-woord ' $a$ '. De tweede generatie is dus ' $ab$ ', de derde is ' $abc$ ', en de vierde is ' $abca$ '.

*Wat zijn de 20-ste en 21-ste letter van de honderdste generatie?*

**10** (30 punten)

**Waar of niet?**

Negen personen, Alfred, Bart, Cor, Daan, Ed, Fred, Gerard, Herman en Ibrahim zaten bijeen.

- Alfred zei 'Het is vandaag woensdag'.
- Bart zei 'Dat is niet waar'.
- Cor zei 'Alfred en Bart zeggen allebei onwaarheden'.

- Daan zei ‘Bart en Cor zeggen allebei onwaarheden’.
- Ed zei ‘Cor en Daan zeggen allebei onwaarheden’.
- Fred zei ‘Daan en Ed zeggen allebei onwaarheden’.
- Gerard zei ‘Ed en Fred zeggen allebei onwaarheden’.
- Herman zei ‘Fred en Gerard zeggen allebei onwaarheden’.
- Ibrahim zei ‘Gerard en Herman zeggen allebei onwaarheden’.

*Hoeveel van hen spraken de waarheid?*

**11** (30 punten)

**Het veelvlak.**

Een bepaald veelvlak wordt begrensd door vierkanten en driehoeken. In elk hoekpunt komen drie vierkanten en één driehoek samen. Het aantal driehoeken is 8.

*Hoeveel vierkanten zijn er?*

**12** (20 punten)

**De knikkers.**

Je hebt doosjes met 1, 2, 3 of 4 knikkers er in, van elk soort meer dan genoeg. Je wilt aan kinderen ieder 10 doosjes geven met in totaal 16 knikkers, zó dat elk kind een andere combinatie krijgt.

*Wat is het grootste aantal kinderen waarvoor dat lukt?*

**13** (30 punten)

**Leeftijd.**

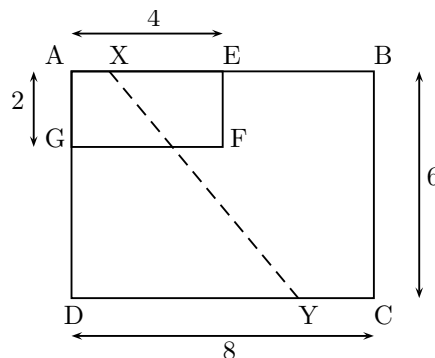
Hans en Grietje zijn samen 18 jaar oud. Hans is tweemaal zo oud als Grietje was toen Grietje tweemaal zo oud als Hans was.

*Hoe oud is Hans?*

**14** (30 punten)

**Halveren.**

$ABCD$  en  $AEFG$  zijn rechthoeken met de hieronder aangegeven afmetingen. Op  $AB$  en op  $CD$  liggen punten  $X$  en  $Y$  zó dat de lijn door  $X$  en  $Y$  beide rechthoeken in oppervlakte halveert.



*Hoelang is  $DY$ ?*

**15** (30 punten)

**Prut.**

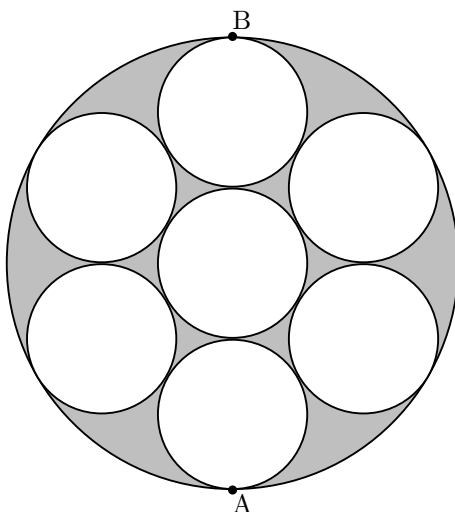
Iemand voert op een feestavond in de straat een handeltje in Prut, een frisdrank die hij zelf uitgevonden heeft. Hij beschikt over tien liter Prut en een groot aantal flesjes, sommige van 27 cl, andere van 37 cl. Hij wil flesjes vullen met Prut, en wel zó dat er zo weinig mogelijk Prut overblijft.

*Hoeveel flesjes gaat hij vullen?*

**16** (20 punten)

**De wandeling.**

Hieronder is de plattegrond getekend van een parkje.



De zeven cirkelvormige bloemperken hebben stralen van 10 meter.

*Hoe lang is een kortste weg langs de aangegeven paden van A naar B?*

**17** (20 punten)

**Het computerlokaal.**

De leraar laat zijn leerlingen in groepjes in het computerlokaal werken. Als hij aan elke computer 2 leerlingen laat werken zijn er 3 computers te kort. Als hij aan elke computer 3 leerlingen laat werken zijn er 2 computers over.

*Hoeveel computers staan er in het lokaal?*

**18** (20 punten)

**De tafelschikking.**

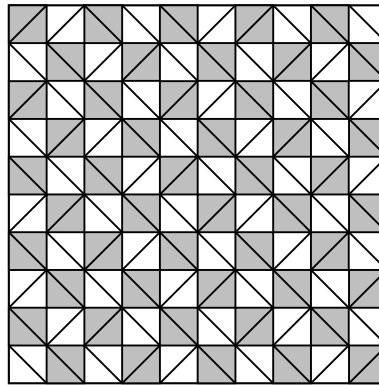
Een gezamenlijk diner van drie echtparen: Ad en An, Bob en Bep, Cor en Carla. Er staan 6 stoelen rondom een ronde tafel. De jarige An krijgt de versierde stoel, de plaatsen van de andere vijf worden door het lot aangewezen. Er zijn zo 120 tafelschikkingen mogelijk.

*Bij hoeveel tafelschikkingen zit ieder naast zijn eigen partner?*

**19** (30 punten)

### Het dambord.

In elk van de 100 velden van een dambord moet precies één diagonaaltje worden getrokken. Dat kan bijvoorbeeld zoals in onderstaande tekening:



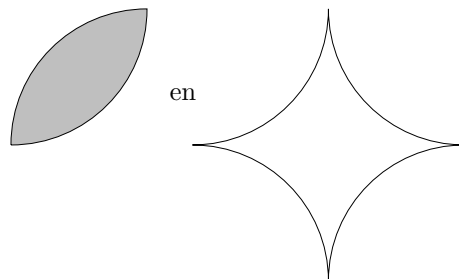
We willen dat zó doen dat zo weinig mogelijk van de 121 hoekpunten eindpunt van een diagonaaltje zijn. In bovenstaand voorbeeld zijn 96 hoekpunten eindpunt van een diagonaaltje en 25 niet (waarvan 4 in de hoeken, 4 op de rest van de rand, en 17 niet op de rand van het bord).

*Wat is het kleinste aantal hoekpunten dat eindpunt van een diagonaaltje moet worden?*

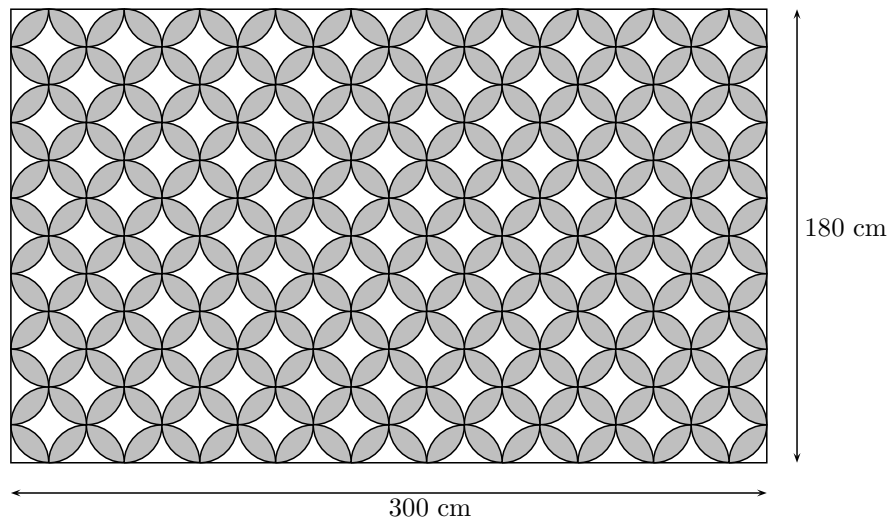
20 (30 punten)

### De tegelvloer.

Een tegelvloer van 300 bij 180 cm bestaat uit twee soorten tegels:



Vier donkere tegels vormen samen met één lichte tegel een cirkel met een straal van 15 cm.



Zoals uit de figuur blijkt moeten aan de rand van de vloer wat halve lichte tegels worden gebruikt, en bij de hoeken zelfs kwart lichte tegels.

*Wat is de oppervlakte van het donkere deel van de vloer?*