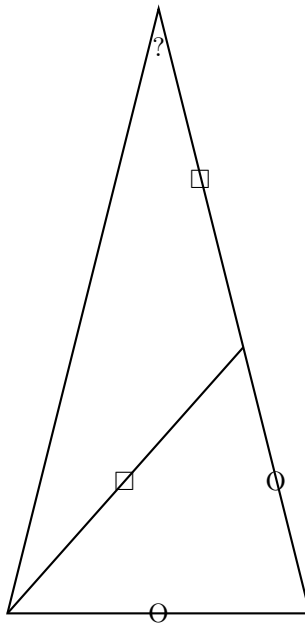


Estafette-opgave 1 (20 punten, rest 480 punten)

Drie Gelijkbenige driehoeken

De gelijkbenige driehoek hieronder is verdeeld in twee gelijkbenige driehoeken.



Hoe groot is de tophoek van de driehoek?

Estafette-opgave 2 (20 punten, rest 460 punten)

Verstopt

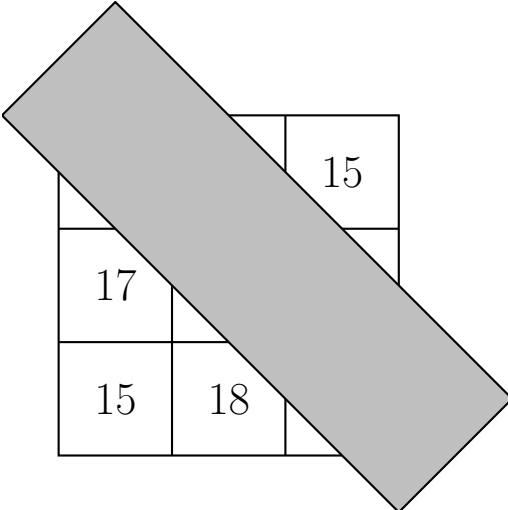
In een 3×3 vierkant staan gehele getallen. Hieronder staat de beginsituatie.

3	5	7
8	12	0
4	6	3

Een ‘zet’ doe je door een (horizontale) rij of een (verticale) kolom te kiezen en bij elk van de getallen daarin eenzelfde (positief geheel) getal op te tellen.

Na een aantal zetten is de volgende situatie ontstaan:

		15
17		
15	18	



Welk getal staat nu in het midden van het vierkant?

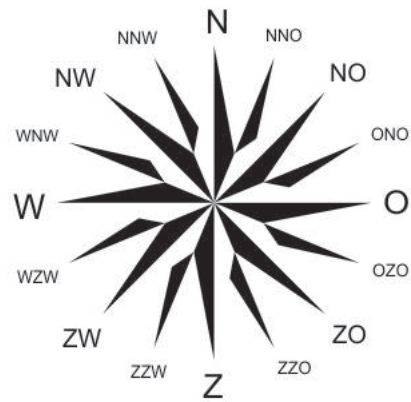
Opmerking: 0 is niet positief.

Estafette-opgave 3 (20 punten, rest 440 punten)

Antipoden

Londen ligt ten WZW van Amsterdam; WZW spreek je uit als westzuidwest.

De antipode (tegenvoeter) van Amsterdam is de plaats waar je op het aardoppervlak uitkomt als je vanuit Amsterdam een lijn trekt door het middelpunt van de aarde. Evenzo de antipode van Londen.



Hoe ligt de antipode van Londen ten opzichte van de antipode van Amsterdam?

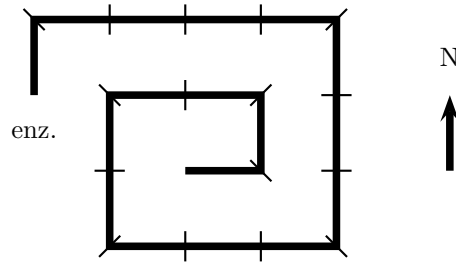
Let op! Je hebt maar twee pogingen om deze vraag te beantwoorden.

Estafette-opgave 4 (30 punten, rest 410 punten)

Spiraal

Iemand zet stappen van 1 meter.

Hij zet eerst 1 stap naar het oosten, dan 1 stap naar het noorden, dan 2 stappen naar het westen, dan twee stappen naar het zuiden, dan 3 stappen naar het oosten, enz. Zodoende loopt hij een spiraal met rechte hoeken.

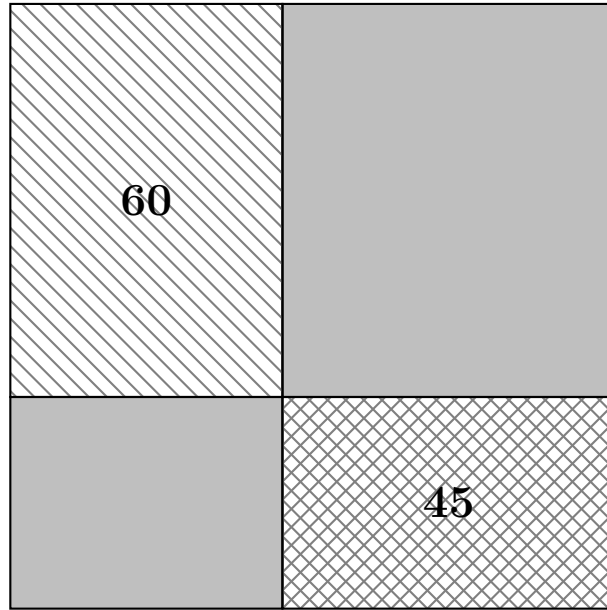


Hoe ver is hij hemelsbreed van zijn startpunt na 100 stappen?

Estafette-opgave 5 (30 punten, rest 380 punten)

Een vierkant verdeeld

Een vierkant met oppervlakte 225 is verdeeld in vier rechthoeken.



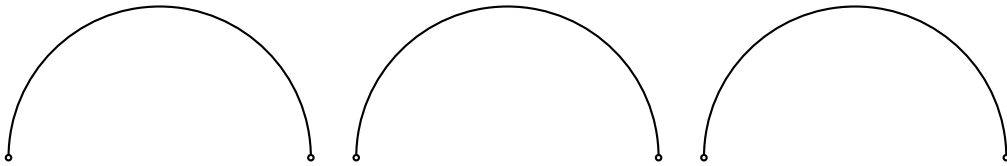
De gearceerde rechthoek heeft oppervlakte 60.

De gekruiste rechthoek heeft oppervlakte 45.

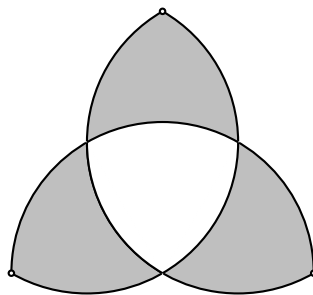
Wat is de oppervlakte van de grootste grijze rechthoek?

Estafette-opgave 6 (20 punten, rest 360 punten)

Drie halve cirkels



Drie halve cirkels met straal 1 worden over elkaar gelegd, zo dat de hoekpunten samenvallen.



Wat is de oppervlakte van het grijze gebied?

Estafette-opgave 7 (30 punten, rest 330 punten)

Traplopen

Als Rudi Rusteloos een trap oploopt, neemt hij altijd stappen van één, twee of drie treden tegelijk. Rudi loopt een trap van negen treden op. Een van de mogelijkheden is: achter-eenvolgens stappen van 1, 3, 1, 2 en 2 treden.

Hoeveel mogelijkheden heeft Rudi om de trap op te lopen?

Estafette-opgave 8 (20 punten, rest 310 punten)

Kruissommen

$$\begin{array}{ccccc} \square & + & \square & = & 4 \\ + & & + & & \\ \square & + & \square & = & 8 \\ + & & + & & \\ \square & + & \square & = & 14 \\ \parallel & & \parallel & & \\ 17 & & 9 & & \end{array}$$

Op hoeveel manieren kan je in de bovenstaande hokjes positieve gehele getallen invullen zodat de sommen zowel horizontaal als verticaal kloppen?

Opmerking: 0 is niet positief.

Estafette-opgave 9 (30 punten, rest 280 punten)

Stambreuken

Een *stambreuk* is een breuk met teller 1, dus $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$.

Het getal $\frac{137}{120} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10}$ is de som van vijf stambreuken.

Schrijf dit getal als som van zo weinig mogelijk stambreuken.

Estafette-opgave 10 (30 punten, rest 250 punten)

Herhaalrijtjes

Er zijn 4096 rijtjes van lengte 12 die bestaan uit 0'en en 1'en.

Zo'n rijtje noemen we een herhaalrijtje als je het in (minstens twee) stukken kunt knippen die precies hetzelfde zijn.

Bijvoorbeeld: het rijtje 110110110110 is een herhaalrijtje want het bestaat uit vier keer het stuk 110.

Hoeveel herhaalrijtjes zijn er?

Estafette-opgave 11 (20 punten, rest 230 punten)

Winstpartijen

Vijf ploegen speelden een halve competitie (elke ploeg speelde één keer tegen elke andere ploeg). Bij een winstpartij krijgt de winnaar 3 punten en de verliezer 0, bij een gelijkspel krijgen beide ploegen 1 punt.

De vijf ploegen eindigden alle precies gelijk.

We zijn geïnteresseerd in het aantal winstpartijen dat er geweest kan zijn. Geef alle mogelijke aantallen winstpartijen.

Estafette-opgave 12 (20 punten, rest 210 punten)

Gemeenschappelijke deler

Er is een cijfer a ongelijk aan 0 zodat de volgende drie getallen van drie cijfers: $12a$, $1a2$ en $a12$ een gemeenschappelijke deler van twee cijfers hebben.

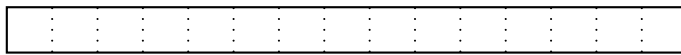
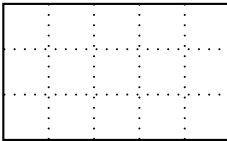
Wat is die gemeenschappelijke deler?

Estafette-opgave 13 (30 punten, rest 180 punten)

Rechthoeksgetallen

Een *rechthoeksgetal* is een getal dat voorgesteld kan worden als een rechthoek van n bij m vierkantjes van 1×1 , zo dat de oppervlakte van de rechthoek (in vierkante meters) even groot is als de omtrek (in meters).

Voorbeeld: het getal 15 is geen rechthoeksgetal, want $3 \cdot 5 \neq 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$ en $1 \cdot 15 \neq 2 \cdot 1 + 2 \cdot 15$.



Bepaal alle rechthoeksgetallen.

Estafette-opgave 14 (20 punten, rest 160 punten)

Een rij getallen

We schrijven de getallen van de vorm $2^a \cdot 10^b$, met a en b geheel en groter dan of gelijk aan 0, op volgorde van grootte: 1, 2, 4, 8, 10, 16, 20, 32, . . .

Het hoeveelste getal in deze rij is 20000?

Estafette-opgave 15 (30 punten, rest 130 punten)

Signalement

Over een positief geheel getal n dat kleiner dan 100 is worden zes beweringen gedaan.

- n is een priemgetal.
- n is een 11-voud min 1.
- n is een 6-voud plus 1.
- n is even.
- De som van de cijfers van n is 9.
- n is niet een 5-voud min 1.

Precies twee van deze beweringen zijn niet waar.

Welk getal is n ?

Opmerking: 0 is niet positief.

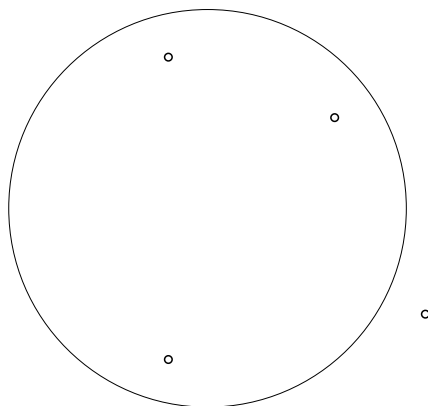
Estafette-opgave **16** (30 punten, rest 100 punten)

Even ver

Hieronder zijn vier punten gegeven.

Gezocht zijn de cirkels waar alle vier de punten even ver vandaan liggen.

Een van die cirkels is als voorbeeld al getekend.



Hoeveel van die cirkels zijn er?

Estafette-opgave 17 (20 punten, rest 80 punten)

Hoeveel getallen

Bij een positief geheel getal n bepalen we het aantal cijfers a en de som van de cijfers s , en berekenen daarmee s^a .

Voorbeeld: bij $n = 123$ is $a = 3$ en $s = 6$ en $s^a = 6^3 = 216$.

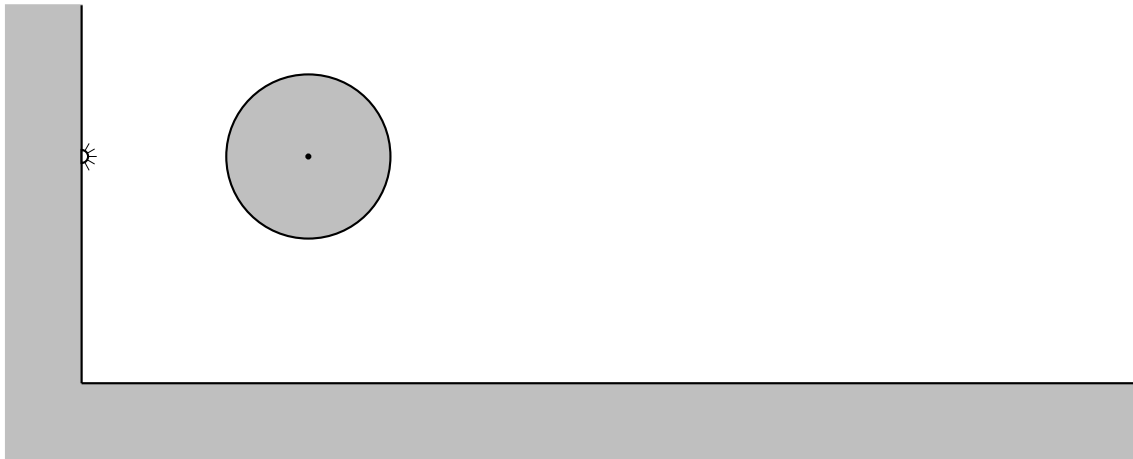
Voor hoeveel positieve gehele getallen n kleiner dan 1000 geldt: $s^a = n$?

Opmerking: 0 is niet positief.

Estafette-opgave 18 (20 punten, rest 60 punten)

Verlichte muur

In het bovenaanzicht hieronder zie je een rechte hoek van een kamer, een lampje en een ronde pilaar. Het centrum van de pilaar bevindt zich op 13 decimeter afstand van beide muren; het lampje zit op de ene muur, op 13 decimeter afstand van de andere muur. De pilaar heeft een straal van 5 decimeter.



Hoeveel decimeter is het stuk van de andere muur lang, dat door het lampje wordt verlicht?

Estafette-opgave 19 (30 punten, rest 30 punten)

Twee kwadraten

Er is een positief geheel getal n waarbij $4n + 9$ en $9n + 4$ beide een kwadraat zijn.

Welk getal is n ?

Opmerking: 0 is niet positief.

Estafette-opgave 20 (30 punten, rest 0 punten)

Boter-kaas-en-eieren

Alice en Bob spelen een spelletje boter-kaas-en-eieren. Maar in plaats van om de beurt een zet te doen, wordt bij opbod bepaald wie de volgende zet mag doen. Degene die de vorige zet niet gedaan heeft, begint met de bieding. De ander moet hoger bieden, enz., totdat een van de spelers niet meer hoger wil/kan bieden. Men mag alleen een geheel aantal euro's bieden.

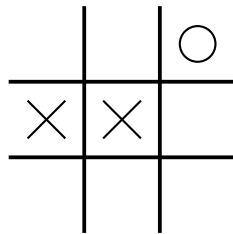
De hoogste bieder betaalt zijn bod in de pot en mag een zet doen. De laagste bieder houdt zijn geld en begint de volgende bieding. De speler die als eerste drie symbolen op een rij heeft, wint de pot.

Voorbeeld: Een spelletje verliep als volgt:

- Beide spelers begonnen met 100 euro.
- Alice bood 50 euro en Bob bood daar niet overheen. Alice zette een kruisje.
- Bob bood vervolgens 10 euro en Alice ging daar met 20 euro overheen. Bob bood niet meer hoger. Alice zette nog een kruisje; ze heeft nog maar 30 euro over.
- Bob won de volgende drie biedingen met 31 euro en zette 3 rondjes op rij.

Bob won dus.

Na een aantal beurten in een ander spelletje is het bord als volgt:



Alice, die met de kruisjes speelt, mag de volgende bieding beginnen. Bob heeft nog 60 euro over.

Hoeveel euro heeft Alice minimaal nodig om zeker te winnen?